

**Examenul de bacalaureat național 2015**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 9**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$r = a_4 - a_3 = 8 - 6 =$ $= 2$	3p 2p
2.	Valoarea minimă a funcției este $-\frac{\Delta}{4a} =$ $= -\frac{36}{4} = -9$	2p 3p
3.	$x^2 + 3 = (x+1)^2 \Leftrightarrow 3 = 2x + 1$ $x = 1$ , care verifică ecuația	3p 2p
4.	$C_7^2 = \frac{7!}{2! \cdot 5!} =$ $= 21$	3p 2p
5.	$\frac{y-1}{3-1} = \frac{x-2}{0-2}$ $y = -x + 3$	3p 2p
6.	$\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{8}{2 \cdot \frac{1}{2}} =$ $= 8$	3p 2p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 =$ $= 4 - 6 = -2$	3p 2p
b)	$B(x) + I_2 = \begin{pmatrix} x+1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B(x) + I_2) = 7x + 1$ $7x + 1 = 8 \Leftrightarrow x = 1$	3p 2p
c)	$A \cdot B(x) = \begin{pmatrix} x+6 & 14 \\ 3x+12 & 30 \end{pmatrix}$ $B(x) \cdot A = \begin{pmatrix} x+6 & 2x+8 \\ 21 & 30 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x+6 & 14 \\ 3x+12 & 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+6 & 2x+8 \\ 21 & 30 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = 3$	2p 2p 1p
2.a)	$(-7) * 7 = (-7) \cdot 7 - 7 \cdot (-7) - 7 \cdot 7 + 56 =$ $= -49 + 49 - 49 + 56 = 7$	3p 2p
b)	$x * y = xy - 7x - 7y + 49 + 7 =$ $= x(y-7) - 7(y-7) + 7 = (x-7)(y-7) + 7$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	2p 3p

<b>c)</b>	$x * 7 = 7$ și $7 * y = 7$ , pentru $x$ și $y$ numere reale	<b>2p</b>
	$1 * 2 * 3 * \dots * 2015 = (1 * 2 * \dots * 6) * 7 * (8 * 9 * \dots * 2015) = 7 * (8 * 9 * \dots * 2015) = 7$	<b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1)$	<b>2p</b>
	$f'(x) = e^x - \frac{1}{x} + 1$ și $f'(1) = e \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = e$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	$f(1) = e + 1, f'(1) = e$	<b>2p</b>
	Ecuția tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x - 1) \Rightarrow y = ex + 1$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$f''(x) = e^x + \frac{1}{x^2}, x \in (0, +\infty)$	<b>2p</b>
	$f''(x) > 0$ , pentru orice $x \in (0, +\infty)$ , deci $f$ este convexă pe intervalul $(0, +\infty)$	<b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx = \int_0^1 (x + 1) dx = \left( \frac{x^2}{2} + x \right) \Big _0^1 =$	<b>3p</b>
	$= \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_0^1 x^2 f(x) dx = \int_0^1 \frac{x^2}{x + 1} dx = \int_0^1 \left( x - 1 + \frac{1}{x + 1} \right) dx = \left( \frac{x^2}{2} - x + \ln(x + 1) \right) \Big _0^1 =$	<b>3p</b>
	$= \frac{1}{2} - 1 + \ln 2 = -\frac{1}{2} + \ln 2$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$V = \pi \int_0^1 g^2(x) dx = \pi \int_0^1 \frac{1}{(x + 1)^2} dx = \pi \cdot \frac{-1}{x + 1} \Big _0^1 =$	<b>3p</b>
	$= \pi \left( -\frac{1}{2} + 1 \right) = \frac{\pi}{2}$	<b>2p</b>