

**Examenul de bacalaureat 2011**  
**Proba E. c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	$1 < \sqrt{2} < 2$	2p
	$2 < \sqrt{5} < 3$	2p
	Rezultă că 2 este singurul număr întreg din intervalul dat	1p
2.	Axa de simetrie a parabolei este dreapta de ecuație $x = x_V = -\frac{b}{2a}$	2p
	$-\frac{m}{2} = 2 \Rightarrow m = -4$	3p
3.	$x - \frac{\pi}{6} \in \left\{ (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$	3p
	$x \in \left\{ \frac{\pi}{3}, \pi \right\}$	2p
4.	$A_n^2 = n(n-1)$	2p
	$C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$	2p
	$n(n-1) = 12 \Rightarrow n = 4$	1p
5.	$\frac{a}{1} = \frac{1}{-2}$	3p
	$a = -\frac{1}{2}$	2p
6.	$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} = 2$	2p
	$1 = 2 \sin x \cdot \cos x$	2p
	$\sin 2x = 1$	1p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.a)	$A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \\ 0 & 1 & 2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & y & y^2 \\ 0 & 1 & 2y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	1p
	$\begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \\ 0 & 1 & 2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & y & y^2 \\ 0 & 1 & 2y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x+y & (x+y)^2 \\ 0 & 1 & 2(x+y) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = A(x+y)$	4p

<b>b)</b>	$A(x) - A(y) = \begin{pmatrix} 0 & x-y & x^2 - y^2 \\ 0 & 0 & 2(x-y) \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	<b>1p</b>
	$(A(x) - A(y))^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2(x-y)^2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	<b>2p</b>
	$(A(x) - A(y))^3 = O_3 \Rightarrow (A(x) - A(y))^{2011} = O_3$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	Matricea $A$ este inversabilă	<b>1p</b>
	$(A(x))^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -x & x^2 \\ 0 & 1 & -2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = A(-x)$	<b>4p</b>
<b>2.a)</b>	$f(-1) = -1 + 1 - \alpha - i(\alpha - 2) + \alpha + (\alpha - 2)i$	<b>2p</b>
	Finalizare: $f(-1) = 0$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	Rădăcinile lui $g$ sunt de forma $x_1 = u + iv$ și $x_2 = u - iv$ , unde $u, v \in \mathbb{R}$	<b>1p</b>
	Din relațiile lui Viète rezultă $x_1 + x_2 = -p$ și $x_1 x_2 = q$	<b>1p</b>
	$p = -2u \in \mathbb{R}$ și $q = u^2 + v^2 \in \mathbb{R}$	<b>2p</b>
	Ecuția $x^2 + px + q = 0$ , cu $p, q \in \mathbb{R}$ , are soluții distincte complex conjugate dacă și numai dacă $\Delta < 0$ , de unde $p^2 < 4q$	<b>1p</b>
<b>c)</b>	$f = (X+1)(X^2 - \alpha X + \alpha + (\alpha - 2)i)$	<b>2p</b>
	Polinomul $h = X^2 - \alpha X + \alpha + (\alpha - 2)i \in \mathbb{C}[X]$ are două rădăcini distincte complex conjugate	<b>1p</b>
	Conform punctului <b>b)</b> , rezultă $\alpha \in \mathbb{R}$ și $\alpha + (\alpha - 2)i \in \mathbb{R}$ , de unde $\alpha = 2$ , care convine	<b>2p</b>
<b>SUBIECTUL al III-lea</b>		<b>(30 de puncte)</b>
<b>1.a)</b>	<b>1.a)</b> $f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{-2}{x^2 - 1}$	<b>3p</b>
	$f'(x) < 0$ pentru orice $x > 1$ , de unde concluzia	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$ , deci $x = 1$ este asimptotă verticală	<b>2p</b>
	$f$ este continuă pe $(1, \infty)$ , deci nu are alte asimptote verticale	<b>1p</b>
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{x+1}{x-1} = 0$ , deci $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1) - \ln(x-1)}{x^{-1}}$ - nedeterminare de forma $\frac{0}{0}$	<b>2p</b>
	Cu regula lui l'Hospital, limita este $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^{-1} - (x-1)^{-1}}{-x^{-2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = 2$	<b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_1^4 (x - 3\sqrt{x} + 2) dx = \left( \frac{1}{2}x^2 - 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} + 2x \right) \Big _1^4 =$	<b>4p</b>
	$= -\frac{1}{2}$	<b>1p</b>
<b>b)</b>	$A = \int_1^2 \left  \frac{f(x)}{x} \right  dx = -\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx$ , deoarece $f \leq 0$ pe intervalul $[1, 2]$ ,	<b>2p</b>
	$= -\int_1^2 x dx + 3 \int_1^2 dx - \int_1^2 \frac{2}{x} dx =$	<b>1p</b>

Probă scrisă la **Matematică**

Barem de evaluare și de notare

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

	$= \frac{3}{2} - 2 \ln 2$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int_1^2 f^n(x) dx = \frac{1}{2} \int_1^2 (2x-3)' f^n(x) dx = \frac{1}{2} (2x-3)(x^2-3x+2)^n \Big _1^2 - \frac{1}{2} \int_1^2 (2x-3)^2 n f^{n-1}(x) dx =$	<b>3p</b>
	$= -\frac{n}{2} \int_1^2 (4x^2 - 12x + 8 + 1) f^{n-1}(x) dx = -\frac{4n}{2} \int_1^2 f^n(x) dx - \frac{n}{2} \int_1^2 f^{n-1}(x) dx$ , de unde concluzia	<b>2p</b>