

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(2-3i)(2+3i) = 4-9i^2 =$ $= 13$	3p 2p
2.	$f(3) = 5$ $f(f(3)) = f(5) = 9$	2p 3p
3.	$x^2 + 17 = 81 \Leftrightarrow x^2 = 64$ $x_1 = -8$ și $x_2 = 8$, care verifică ecuația	2p 3p
4.	Sunt 90 numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile Sunt 18 numere naturale de două cifre, divizibile cu 5, deci sunt 18 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$	1p 2p 2p
5.	$m_{AB} = \frac{2-a}{2}$ și $m_{BC} = 1$ $m_{AB} = m_{BC} \Leftrightarrow a = 0$	2p 3p
6.	$E\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{4} =$ $= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $A(-1) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ $A(1) + A(-1) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = 2A(0)$	3p 2p
b)	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} 1 & 2a \\ 2a & 4 \end{vmatrix} = 4 - 4a^2$ $4 - 4a^2 = 0 \Leftrightarrow a_1 = -1$ și $a_2 = 1$	3p 2p
c)	$A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$, $\det(A(2)) = -12 \neq 0 \Rightarrow (A(2))^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{12} \end{pmatrix}$ $X = (A(2))^{-1} \cdot A(8) \Rightarrow X = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 16 \\ 16 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$	3p 2p

2.a)	$(-3) \circ 3 = 2 \cdot (-3) \cdot 3 - 6 \cdot (-3) - 6 \cdot 3 + 21 =$ $= -18 + 18 - 18 + 21 = 3$	3p 2p
b)	$x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 18 + 3 =$ $= 2x(y-3) - 6(y-3) + 3 = 2(x-3)(y-3) + 3$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
c)	$x \circ 3 = 3$ și $3 \circ y = 3$, pentru x și y numere reale $1 \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{2015} = (1 \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{8}) \circ 3 \circ (\sqrt{10} \circ \sqrt{11} \circ \dots \circ \sqrt{2015}) =$ $= 3 \circ (\sqrt{10} \circ \sqrt{11} \circ \dots \circ \sqrt{2015}) = 3$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = f'(0)$ $f'(x) = 3e^x + 2x$ și $f'(0) = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 3$	2p 3p
b)	$f(0) = 3$, $f'(0) = 3$ Ecuția tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0) \Rightarrow y = 3x + 3$	2p 3p
c)	$f''(x) = 3e^x + 2$, $x \in \mathbb{R}$ $f''(x) > 0$, pentru orice număr real x , deci f este convexă pe \mathbb{R}	2p 3p
2.a)	$\int_1^3 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx = \int_1^3 x dx = \frac{1}{2} x^2 \Big _1^3 =$ $= \frac{1}{2} (9 - 1) = 4$	3p 2p
b)	$\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) e^x dx = \int_1^2 x e^x dx = x e^x \Big _1^2 - \int_1^2 e^x dx =$ $= 2e^2 - e - e^x \Big _1^2 = e^2$	3p 2p
c)	$\mathcal{A} = \int_1^a f(x) dx = \int_1^a \left(x + \frac{1}{x} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln x \right) \Big _1^a = \frac{a^2 - 1}{2} + \ln a$ $\frac{a^2 - 1}{2} + \ln a = 4 + \ln a \Leftrightarrow a^2 = 9$ și cum $a > 1$, obținem $a = 3$	3p 2p