

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c) – 2 iulie 2014

Matematică *M<sub>st-nat</sub>*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 5

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$z^2 = (2+i)^2 = 4 + 4i + i^2 =$ $= 3 + 4i$	3p 2p
2.	$f(m) = 1$ $m - 3 = 1 \Leftrightarrow m = 4$	2p 3p
3.	$x - 3 = 9$ $x = 12$ care verifică ecuația	3p 2p
4.	Numărul submulțimilor cu un număr impar de elemente ale unei mulțimi cu 4 elemente este egal cu $C_4^1 + C_4^3 =$ $= 8$	3p 2p
5.	$\overline{MB} = \overline{MA} + \overline{AB}$ $\overline{MC} = \overline{MD} + \overline{DC} \Rightarrow \overline{MB} + \overline{MC} = 2\overline{AB}$	2p 3p
6.	$\cos C = \sin B$ , $\sin C = \cos B$ $\sin B \cdot \cos C + \sin C \cdot \cos B = \sin^2 B + \cos^2 B = 1$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 0 & 2014 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \cdot (-1) - 1 \cdot 2014 =$ $= -2014$	3p 2p
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 2014 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2014 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2014 & -2014 \\ -1 & 2015 \end{pmatrix}$ $A + A \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 2014 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2014 & -2014 \\ -1 & 2015 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2014 & 0 \\ 0 & 2014 \end{pmatrix} = 2014I_2$	3p 2p
c)	$A^{-1} = \frac{1}{2014} \begin{pmatrix} 1 & 2014 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $X = 2014A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2014 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	3p 2p
2.a)	$f(0) = 0^3 - 6 \cdot 0^2 + m \cdot 0 - 6 =$ $= -6$	2p 3p
b)	$x_1 + x_2 + x_3 = 6$ , $x_1 x_2 x_3 = 6$ $\frac{1}{x_1 x_2} + \frac{1}{x_1 x_3} + \frac{1}{x_2 x_3} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{x_1 x_2 x_3} = \frac{6}{6} = 1$	2p 3p
c)	$f$ are rădăcinile $x_1 = k - 1$ , $x_2 = k$ și $x_3 = k + 1$ unde $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 3k \Rightarrow k = 2$ $x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \Rightarrow m = 11$	2p 3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<p><b>1.a)</b></p>	$f'(x) = \frac{x'(x^2+1) - x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} =$ $= \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{(1-x)(1+x)}{(x^2+1)^2}, x \in \mathbb{R}$	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<p><b>b)</b></p>	$y - f(1) = f'(1)(x-1)$ $f(1) = \frac{1}{2}, f'(1) = 0, \text{ deci ecuația tangentei este } y = \frac{1}{2}$	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<p><b>c)</b></p>	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ sau } x = -1$ $f'(x) < 0 \text{ pentru } x \in (-\infty, -1), f'(x) > 0 \text{ pentru } x \in (-1, 1), f'(x) < 0 \text{ pentru } x \in (1, +\infty)$ <p>Punctele de extrem sunt <math>x = -1</math> și <math>x = 1</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>1p</b></p>
<p><b>2.a)</b></p>	$\int_0^1 \left( f(x) - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) dx = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx =$ $= \ln(x+1) \Big _0^1 = \ln 2$	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<p><b>b)</b></p>	$F \text{ este o primitivă a lui } f \Rightarrow F''(x) = f'(x) = -\frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+2)^2} - \frac{1}{(x+3)^2}$ $F''(x) < 0 \text{ pentru orice } x \in (-1, +\infty), \text{ deci } F \text{ este concavă pe } (-1, +\infty)$	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<p><b>c)</b></p>	$\mathcal{A} = \int_0^n  f(x)  dx = \int_0^n \left( \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} \right) dx = \ln((x+1)(x+2)(x+3)) \Big _0^n =$ $= \ln \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6}$ $n \geq 1 \Rightarrow (n+1)(n+2)(n+3) \geq 24 \Rightarrow \mathcal{A} \geq \ln 4 \text{ pentru orice număr natural nenul } n$	<p><b>2p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p>