

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$z_1 z_2 = (3+i)(3-i) = 9 - i^2 = 10$ , care este număr real	3p 2p
2.	$f(1) = 1 \Leftrightarrow 1 + a = 1$ $a = 0$	3p 2p
3.	$x^3 + 2x - 4 = x^3 \Leftrightarrow 2x - 4 = 0$ $x = 2$	3p 2p
4.	Mulțimea $A$ are 80 de elemente, deci sunt 80 de cazuri posibile În mulțimea $A$ sunt 11 numere divizibile cu 7, deci sunt 11 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{11}{80}$	1p 2p 2p
5.	$m_{OA} = 2$ și $m_{OB} = \frac{a}{2}$ $m_{OA} = m_{OB} \Leftrightarrow a = 4$	2p 3p
6.	$E\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(0) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0)) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 0 \cdot 0 = 4 - 0 = 4$	3p 2p
b)	$A(1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ , $A(3) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ , $A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a = 2$	3p 2p
c)	$A(x)A(y) = \begin{pmatrix} 4+xy & 2x+2y \\ 2x+2y & 4+xy \end{pmatrix}$ $2A(x+y) + xyI_2 = 2 \begin{pmatrix} 2 & x+y \\ x+y & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} xy & 0 \\ 0 & xy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+xy & 2(x+y) \\ 2(x+y) & 4+xy \end{pmatrix} = A(x)A(y)$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	2p 3p

<b>2.a)</b>	$2 * (-2) = 3 \cdot 2 \cdot (-2) + 6 \cdot 2 + 6 \cdot (-2) + 10 =$ $= -12 + 12 - 12 + 10 = -2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$x * y = 3xy + 6x + 6y + 12 - 2 =$ $= 3x(y + 2) + 6(y + 2) - 2 = 3(x + 2)(y + 2) - 2$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$x * x * x = 9(x + 2)^3 - 2$ $9(x + 2)^3 - 2 = x \Leftrightarrow x_1 = -\frac{7}{3}, x_2 = -2, x_3 = -\frac{5}{3}$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = (x+1)' \cdot e^x + (x+1) \cdot (e^x)' =$ $= e^x + (x+1)e^x = (x+2)e^x, x \in \mathbb{R}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$f(0) = 1, f'(0) = 2$ Ecuția tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0) \Rightarrow y = 2x + 1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$f''(x) = (x+3)e^x, x \in \mathbb{R}$ $f''(x) \geq 0$ , pentru orice $x \in [-3, +\infty)$ , deci $f$ este convexă pe intervalul $[-3, +\infty)$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_{-1}^1 (x^2 + 1) \cdot \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 1} dx = \int_{-1}^1 (x^3 + 3x) dx = \left( \frac{x^4}{4} + 3 \cdot \frac{x^2}{2} \right) \Big _{-1}^1 =$ $= \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{2} \right) - \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{2} \right) = 0$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_0^1 \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 1} dx = \int_0^1 \left( x + \frac{2x}{x^2 + 1} \right) dx =$ $= \left( \frac{x^2}{2} + \ln(x^2 + 1) \right) \Big _0^1 = \frac{1}{2} + \ln 2$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$\mathcal{A} = \int_0^m  g(x)  dx = \int_0^m \frac{2x}{x^2 + 1} dx = \ln(x^2 + 1) \Big _0^m = \ln(m^2 + 1)$ $\ln(m^2 + 1) = \ln 2 \Leftrightarrow m^2 + 1 = 2$ și, cum $m > 0$ , obținem $m = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>