Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2\cdot(1,2+0,1)+0,4=2\cdot 1,3+0,4=$	**2p**
	$=2,6+0,4=3$	**3p**
2.	$f(a)=2a+1$, $f(2)=5$	**2p**
	$2a+1-5=a$, de unde obținem $a=4$	**3p**
3.	$x^2-5x+5=x$, de unde obținem $x^2-6x+5=0$	**2p**
	$x=1$ sau $x=5$, care convin	**3p**
4.	Cifra unităților se poate alege în 2 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alege în câte 4 moduri, deci se pot forma $2\cdot 4=8$ numere	**3p**
5.	$C(0,4)$	**2p**
	Mijlocul segmentului BC are coordonatele $(2,3)$	**3p**
6.	$AC=8$	**3p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{8\cdot 8}{2}=32$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$B(5)=\begin{pmatrix}3 & 3\\ 1 & 5\end{pmatrix}\Rightarrow \det(B(5))=\begin{vmatrix}3 & 3\\ 1 & 5\end{vmatrix}=3\cdot 5-3\cdot 1=$	**3p**
	$=15-3=12$	**2p**
b)	$B(4)-B(2)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 0 & 4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0 & 0\\ -2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$, $(B(4)-B(2))\cdot A=\begin{pmatrix}4 & 12\\ 4 & 12\end{pmatrix}=4A$	**3p**
	$4A=aA$, de unde obținem $a=4$	**2p**
c)	$A\cdot B(x)=\begin{pmatrix}4x-14 & 4x-2\\ 4x-14 & 4x-2\end{pmatrix}$, $A\cdot B(x)-4xI_2=\begin{pmatrix}-14 & 4x-2\\ 4x-14 & -2\end{pmatrix}$, de unde obținem $\det(A\cdot B(x)-4xI_2)=-16x(x-4)$, pentru orice număr real x	**3p**
	$-16x(x-4)=0$, de unde obținem $x=0$ sau $x=4$	**2p**
2.a)	$3\circ 3=3(3-2)+3(3-2)=$	**3p**
	$=3+3=6$	**2p**
b)	$2\circ x=x^2-2x$ și obținem $-2x=2$	**3p**
	$x=-1$	**2p**
c)	$x\circ y=x^2-2x+y^2-2y=$	**2p**
	$=x^2-2x+1+y^2-2y+1-2=(x-1)^2+(y-1)^2-2\geq -2$, pentru orice numere reale x și y	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2}=$	**3p**
	$=\frac{\sqrt{x}}{x}+\frac{1}{x^2}=\frac{x\sqrt{x}+1}{x^2},\ x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	$f(1)=-2,\ f'(1)=2$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(1)=f'(1)(x-1)$, adică $y=2x-4$	**3p**
c)	$f'(x)>0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)\Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $(0,+\infty)$, deci f este injectivă	**2p**
	$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ și f este continuă, deci f este surjectivă, de unde obținem că f este bijectivă	**3p**
2.a)	$\int_1^2 (x^2+1)f(x)dx=\int_1^2 4xdx=2x^2\Big\|_1^2=$	**3p**
	$=8-2=6$	**2p**
b)	$\int_2^3 f(x)dx=\int_2^3\frac{4x}{x^2+1}dx=2\int_2^3\frac{(x^2+1)'}{x^2+1}dx=2\ln(x^2+1)\Big\|_2^3=$	**3p**
	$=2\ln 10-2\ln 5=2\ln 2$	**2p**
c)	$\int_1^m\left(\frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\right)^3 dx=\int_1^m\frac{64}{(x+1)^3}dx=-\frac{32}{(x+1)^2}\Big\|_1^m=-\frac{32}{(m+1)^2}+8$	**3p**
	$-\frac{32}{(m+1)^2}+8=6$ și, cum $m\in(1,+\infty)$, obținem $m=3$	**2p**