Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{4}{3}=\left(\frac{2}{4}+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{4}{3}=$	**2p**
	$=\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}=1$	**3p**
2.	$f(a)=2a-8$, pentru orice număr real a	**2p**
	$2a-8=0$, de unde obținem $a=4$	**3p**
3.	$3x-2=1$, de unde obținem $3x=3$	**3p**
	$x=1$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile	**2p**
	Numerele, din mulțimea A, care au suma cifrelor egală cu 2 sunt 11 și 20, deci sunt 2 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$	**3p**
5.	$OA=\sqrt{3^2+4^2}=5$	**2p**
	$AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$, deci $OA=AB$	**3p**
6.	$AM=6$	**2p**
	$CM=\sqrt{AC^2+AM^2}=10$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(2)=\begin{pmatrix}1&2\\1&2\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(2))=\begin{vmatrix}1&2\\1&2\end{vmatrix}=1\cdot2-1\cdot2=$	**3p**
	$=2-2=0$	**2p**
b)	$A(3)+2I_2=\begin{pmatrix}2&2\\1&3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&2\\1&5\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}5-1&2\\1&5\end{pmatrix}=A(5)$	**2p**
c)	$A(x)+xI_2=\begin{pmatrix}x-1&2\\1&x\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x&0\\0&x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x-1&2\\1&2x\end{pmatrix}$ și $\det(A(x)+xI_2)=4x^2-2x-2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$4x^2-2x-2=0$, de unde obținem $x=1$ sau $x=-\frac{1}{2}$	**2p**
2.a)	$2\circ1=2\cdot2+2\cdot1-1=$	**3p**
	$=4+2-1=5$	**2p**
b)	$x\circ(x+1)=2x+2(x+1)-1=4x+1$, pentru orice număr real x	**3p**
	$4x+1=5$, de unde obținem $x=1$	**2p**

c)	$x \circ x = 4x - 1$, pentru orice număr real x	**2p**
	$4x - 1 = -4x^2 + 4x - 1 + 4x^2 = -(2x-1)^2 + 4x^2 \le 4x^2$, pentru orice număr real x	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = x' - 2 \cdot (\ln x)' =$	**2p**
	$= 1 - 2 \cdot \frac{1}{x} = \frac{x-2}{x}$, $x \in (0, +\infty)$	**3p**
b)	$f(1) = 1$, $f'(1) = -1$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x-1)$, adică $y = -x + 2$	**3p**
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$; $f'(x) \le 0$, pentru orice $x \in (0,2] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(0,2]$; $f'(x) \ge 0$, pentru orice $x \in [2, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[2, +\infty)$	**3p**
	$f(2) = 2 - 2\ln 2$, deci $2 - 2\ln 2 \le f(x)$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$, de unde obținem $\ln\left(\frac{x}{2}\right) \le \frac{x-2}{2}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$	**2p**
2.a)	$\int_0^3 \frac{1}{f(x)}\,dx = \int_0^3 (x^2+1)\,dx = \left.\left(\frac{x^3}{3} + x\right)\right\|_0^3 =$	**3p**
	$= \frac{27}{3} + 3 = 12$	**2p**
b)	$\int_2^3 2xf(x)\,dx = \int_2^3 \frac{2x}{x^2+1}\,dx = \int_2^3 \frac{(x^2+1)'}{x^2+1}\,dx = \left.\ln(x^2+1)\right\|_2^3 =$	**3p**
	$= \ln 10 - \ln 5 = \ln 2$	**2p**
c)	$\int_1^2 \frac{e^x}{f(x)}dx = \int_1^2 e^x(x^2+1)dx = \left.e^x(x^2+1)\right\|_1^2 - \int_1^2 2xe^x dx = 5e^2 - 2e - \left.\left(2xe^x - 2e^x\right)\right\|_1^2 = 3e^2 - 2e$	**3p**
	$e(3e-2) = e(ae - a + 1)$, de unde obținem $a = 3$	**2p**