

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$5(1+2i) - 2i(5-i) = 5+10i - 10i + 2i^2 =$ $= 5 + 2 \cdot (-1) = 3$	3p 2p
2.	$f(a) = a^2 - 2a - 3$, deci $a^2 - 2a - 3 = 1 + a^2$ $-2a = 4$, de unde obținem $a = -2$	3p 2p
3.	$2x^2 + 1 = 3^2 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$ $x = -2$ sau $x = 2$, care convin	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 20 de numere care au cifrele impare și distincte, deci sunt 20 de cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{20}{90} = \frac{2}{9}$	2p 3p
5.	$\overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow ABCD$ este paralelogram, deci segmentele AC și BD au același mijloc Mijlocul segmentului AC are coordonatele $(3,1)$, de unde obținem $D(5,-4)$	2p 3p
6.	$\sin B = \frac{AC}{BC}$, $\sin C = \frac{AB}{BC}$, deci $AC = 2AB$ Cum $AB^2 + AC^2 = 100$, obținem $AB = 2\sqrt{5}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 0 + 0 + 0 - 0 - 0 - (-1) = 1$	2p 3p
b)	$A(x) - I_3 = \begin{pmatrix} x & -x & 0 \\ x & -x & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x $(A(x) - I_3)(A(x) - I_3) = \begin{pmatrix} x^2 - x^2 & -x^2 + x^2 & 0 \\ x^2 - x^2 & -x^2 + x^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = O_3$, pentru orice număr real x	2p 3p
c)	$A(x) \cdot A(x) = 2A(x) - I_3$, pentru orice număr real x $2A(x) - I_3 = xA(x) - (x-1)I_3 \Leftrightarrow (x-2)(A(x) - I_3) = O_3$, de unde obținem $x=0$ sau $x=2$	2p 3p

2.a)	$0 * 2 = (0 + 2)^2 - 2(0 - 2) - 3 =$ $= 4 + 4 - 3 = 5$	3p 2p
b)	$x * (x + 1) = 4x^2 + 4x$, pentru orice număr real x $4x^2 + 4x = 8 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$, de unde obținem $x = -2$ sau $x = 1$	2p 3p
c)	$(m + n)^2 - 2(m - n) - 3 = 2mn \Leftrightarrow m^2 + n^2 - 2m + 2n - 3 = 0$ $(m - 1)^2 + (n + 1)^2 = 5$ și, cum m și n sunt numere naturale, obținem perechile $(0, 1)$, $(2, 1)$ și $(3, 0)$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = (2x - 5)\sqrt{x} + (x^2 - 5x + 10) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} =$ $= \frac{5x^2 - 15x + 10}{2\sqrt{x}} = \frac{5(x^2 - 3x + 2)}{2\sqrt{x}}$, $x \in (0, +\infty)$	3p 2p
b)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ sau $x = 2$ $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in (0, 1]$, deci f este crescătoare pe $(0, 1]$, $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in [1, 2]$, deci f este descrescătoare pe $[1, 2]$ și $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [2, +\infty)$, deci f este crescătoare pe $[2, +\infty)$	2p 3p
c)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x^2 \sqrt{x}} \right)^{\frac{x}{5}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 5x + 10}{x^2} \right)^{\frac{x}{5}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\left(1 + \frac{-5x + 10}{x^2} \right)^{\frac{x^2}{-5x + 10}} \right)^{\frac{-5x + 10}{x^2} \cdot \frac{x}{5}} =$ $= e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5x + 10}{5x}} = e^{-1} = \frac{1}{e}$	3p 2p
2.a)	$\int_0^2 \left(f(x) - \frac{1}{e^x + 1} \right) dx = \int_0^2 (x + e^x) dx = \left(\frac{x^2}{2} + e^x \right) \Big _0^2 =$ $= 2 + e^2 - 1 = e^2 + 1$	3p 2p
b)	$\int_{-1}^1 e^x (f(x) - x - e^x) dx = \int_{-1}^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx = \int_{-1}^1 \frac{(e^x + 1)'}{e^x + 1} dx = \ln(e^x + 1) \Big _{-1}^1 =$ $= \ln(e + 1) - \ln \frac{1 + e}{e} = \ln e = 1$	3p 2p
c)	$\int_0^1 x(f(x) + f(-x)) dx = \int_0^1 x(e^x + e^{-x} + 1) dx = \int_0^1 x(e^x - e^{-x} + x)' dx = x(e^x - e^{-x} + x) \Big _0^1 -$ $-\int_0^1 (e^x - e^{-x} + x) dx = e - \frac{1}{e} + 1 - \left(e^x + e^{-x} + \frac{x^2}{2} \right) \Big _0^1 = \frac{5}{2} - \frac{2}{e}$ $\frac{5}{2} - \frac{2}{e} = \frac{m}{2} - \frac{2}{e}$, de unde obținem $m = 5$	3p 2p