Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**B**	**5p**
2.	**A**	**5p**
3.	**C**	**5p**
4.	**D**	**5p**
5.	**A**	**5p**
6.	**A**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$D(0,1)=\begin{vmatrix}0 & 2 & 1\\0 & 0 & 1\\2 & 3 & 1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=0+0+4-0-0-0=4$	**3p**
b)	$D(a,1)=\begin{vmatrix}a & 2 & 1\\a & a & 1\\2 & 3 & 1\end{vmatrix}=a^2-4a+4=$	**3p**
	$=(a-2)^2\geq 0$, pentru orice număr real a	**2p**
c)	$D(m,n)=m^2+m+4n^2-5mn$, unde m și n sunt numere întregi impare	**2p**
	Cum m și n sunt numere întregi impare, m^2 este impar, $4n^2$ este par și $5mn$ este impar, deci numărul întreg $D(m,n)$ este impar, de unde obținem că $D(m,n)\neq 0$	**3p**
2.a)	$A(-x)+A(x)=\begin{pmatrix}-x & 1 & x\\1 & 0 & 1\\x & 1 & -x\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x & 1 & -x\\1 & 0 & 1\\-x & 1 & x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 2 & 0\\2 & 0 & 2\\0 & 2 & 0\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\1 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\end{pmatrix}=2A(0)$, pentru orice număr real x	**2p**
b)	$A(x)A(y)=\begin{pmatrix}2xy+1 & 0 & -2xy+1\\0 & 2 & 0\\-2xy+1 & 0 & 2xy+1\end{pmatrix}$, $A(2xy)=\begin{pmatrix}2xy & 1 & -2xy\\1 & 0 & 1\\-2xy & 1 & 2xy\end{pmatrix}$, pentru orice numere reale x și y	**2p**

	$A(x)A(y)-A(2xy)=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ -1 & 2 & -1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(x)A(y)-A(2xy)\right)=\begin{vmatrix}1 & -1 & 1\\ -1 & 2 & -1\\ 1 & -1 & 1\end{vmatrix}=0$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
c)	$A(x)A\left(\frac{1}{2x}\right)=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}=2I_3$, pentru orice număr real nenul x	**3p**
	$\underbrace{2I_3+2I_3+\ldots+2I_3}_{\text{de 2019 ori } 2I_3}=4038I_3$, deci $m=4038$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x\left(1+\frac{2}{x}\right)}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{1+\frac{2}{x}}=1$	**2p**
b)	$a_n=\frac{n+1}{n+2}$, deci $a_n>0$, pentru orice număr natural n, $n\geq1$	**2p**
	Cum $a_n=1-\frac{1}{n+2}<1$, pentru orice număr natural n, $n\geq1$, șirul $(a_n)_{n\geq1}$ este mărginit	**3p**
c)	**c)** $\lim\limits_{n\to+\infty} n\left(\sqrt{f(n)}-1\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n\left(f(n)-1\right)}{\sqrt{f(n)}+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n\left(\frac{n+1}{n+2}-1\right)}{\sqrt{f(n)}+1}=$	**2p**
	$=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{-n}{(n+2)\left(\sqrt{f(n)}+1\right)}=-\frac{1}{2}$	**3p**
2.a)	Pentru orice număr real a, funcția f este continuă pe $(-\infty,0)$ și pe $(0,+\infty)$	**2p**
	$\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}}\left(a+\frac{\sin x}{x}\right)=a+1$, $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\sqrt{x^2+2x}=0$ și $f(0)=0$, deci funcția f este continuă pe $\mathbb{R}\Leftrightarrow a=-1$	**3p**
b)	$a=1\Rightarrow f(x)=1+\frac{\sin x}{x}$, $x\in(-\infty,0)$	**1p**
	$\left\lvert\frac{\sin x}{x}\right\rvert\leq\frac{1}{\lvert x\rvert}$ și $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{\lvert x\rvert}=0$	**2p**
	Obținem $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$, deci dreapta de ecuație $y=1$ este asimptotă orizontală spre $-\infty$ la graficul funcției f	**2p**
c)	$f(0)=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ și f este continuă pe $[0,+\infty)$, deci mulțimea valorilor funcției f conține intervalul $[0,+\infty)$	**3p**
	Cum pentru orice număr real a, $\lvert a\rvert\in[0,+\infty)$, ecuația $f(x)=\lvert a\rvert$ are cel puțin o soluție	**2p**