Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XII-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a=5+\sqrt{5}$	**2p**
	Cum $2<\sqrt{5}<3$, obținem $[a]=5+\left[\sqrt{5}\right]=7$	**3p**
2.	$(f\circ f)(x)=x+2m$, $f(x+1)=x+1+m$	**2p**
	$x+2m=x+1+m$, deci $m=1$	**3p**
3.	$\left(\frac{2}{3}\right)^{4x+1}\le\left(\frac{2}{3}\right)^{3x+5}\Leftrightarrow 4x+1\ge 3x+5$	**3p**
	$x\in[4,+\infty)$	**2p**
4.	Numărul de submulțimi cu cel puțin 3 elemente ale mulțimii A este $C_{10}^3+C_{10}^4+\dots+C_{10}^{10}=$	**3p**
	$=2^{10}-C_{10}^0-C_{10}^1-C_{10}^2=1024-1-10-45=968$	**2p**
5.	$\vec{u}=\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{MQ}$, unde $MNQP$ este paralelogram	**2p**
	$m(\sphericalangle M)=90°$, deci $MNQP$ este dreptunghi și $MQ=NP=10$	**3p**
6.	$\operatorname{tg}x+\frac{1}{\operatorname{tg}x}+2=0\Leftrightarrow\frac{(\operatorname{tg}x+1)^2}{\operatorname{tg}x}=0$	**2p**
	$\operatorname{tg}x=-1$ și, cum $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$, obținem $x=\frac{3\pi}{4}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A(x))=\begin{vmatrix} x & 0 & 2x-1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 2x-1 & 0 & x\end{vmatrix}=\frac{x^2}{2}+0+0-\frac{(2x-1)^2}{2}-0-0=\frac{-3x^2+4x-1}{2}$	**3p**
	$x=\frac{1}{3}$ sau $x=1$	**2p**
b)	$A(x)+A(1-x)=\begin{pmatrix} x & 0 & 2x-1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 2x-1 & 0 & x\end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1-x & 0 & 1-2x \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1-2x & 0 & 1-x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}\end{pmatrix}=2A\left(\frac{1}{2}\right)$, pentru orice număr real x	**2p**

c)	$\begin{pmatrix} -5x^2+5x-1 & 0 & -4x^2+4x-1 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ -4x^2+4x-1 & 0 & -5x^2+5x-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$	**3p**
	$x=\frac{1}{2}$	**2p**
2.a)	$x\circ y=\left(xy+\hat{3}x\right)+\left(\hat{3}y+\hat{9}\right)=$	**2p**
	$=x\left(y+\hat{3}\right)+\hat{3}\left(y+\hat{3}\right)=\left(x+\hat{3}\right)\left(y+\hat{3}\right)$, pentru orice $x,y\in\mathbb{Z}_{20}$	**3p**
b)	$\left(a+\hat{3}\right)\left(x+\hat{3}\right)=\hat{0}$, pentru orice $x\in\mathbb{Z}_{20}$	**2p**
	$a+\hat{3}=\hat{0}\Rightarrow a=\widehat{17}$	**3p**
c)	$\left(a+\hat{3}\right)\left(b+\hat{3}\right)=\hat{0}$	**2p**
	De exemplu, pentru $a=\hat{1}$ și $b=\hat{2}$, obținem $a+\hat{3}=\hat{4}$ și $b+\hat{3}=\hat{5}$, deci $a\circ b=\hat{0}$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=4x-\frac{1}{2\sqrt{x}}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)=\frac{7}{2}$	**3p**
b)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{4}$	**1p**
	$f'(x)\le0$, pentru orice $x\in\left(0,\frac{1}{4}\right]$, deci f este descrescătoare pe $\left(0,\frac{1}{4}\right]$ și $f'(x)\ge0$, pentru orice $x\in\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$, deci f este crescătoare pe $\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$	**2p**
	f continuă pe $(0,+\infty)$, $\lim\limits_{x\to0}f(x)=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$, $f(x)\ge f\left(\frac{1}{4}\right)$ și, cum $f\left(\frac{1}{4}\right)=-\frac{3}{8}$, obținem $\operatorname{Im}f=\left[-\frac{3}{8},+\infty\right)$	**2p**
c)	$e^x>0$, deci $f\left(e^x\right)\ge-\frac{3}{8}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$	**3p**
	$2\left(e^x\right)^2-\sqrt{e^x}\ge-\frac{3}{8}$, deci $2e^{2x}-e^{\frac{x}{2}}+\frac{3}{8}\ge0$, pentru orice număr real x	**2p**
2.a)	$\int_0^1 f(\operatorname{tg}x)\,dx=\int_0^1\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}x)\,dx=\int_0^1 x\,dx=$	**3p**
	$=\frac{x^2}{2}\Big\vert_0^1=\frac{1}{2}$	**2p**
b)	$\int_0^1\frac{\operatorname{arctg}x}{x^2+1}dx=\int_0^1(\operatorname{arctg}x)'\operatorname{arctg}x\,dx=\frac{1}{2}\operatorname{arctg}^2x\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\frac{1}{2}\operatorname{arctg}^2 1=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\pi}{4}\right)^2=\frac{\pi^2}{32}$	**2p**

c)	$(n+1)\int_0^1 x^n f(x)\,dx=\int_0^1 \left(x^{n+1}\right)' \operatorname{arctg} x\,dx = x^{n+1}\operatorname{arctg} x\Big\vert_0^1-\int_0^1 \frac{x^{n+1}}{x^2+1}dx=\frac{\pi}{4}-\int_0^1 \frac{x^{n+1}}{x^2+1}dx$	**2p**
	$x\in[0,1]\Rightarrow \frac{1}{2}\le\frac{1}{x^2+1}\le 1\Rightarrow \frac{1}{2}\int_0^1 x^{n+1}dx\le\int_0^1\frac{x^{n+1}}{x^2+1}dx\le\int_0^1 x^{n+1}dx$ și, cum $\int_0^1 x^{n+1}dx=\frac{1}{n+2}$, obținem $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{n+2}\le(n+1)\int_0^1 x^n f(x)\,dx\le\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2(n+2)}$, pentru orice număr natural nenul n	**3p**