Examenul de bacalaureat național

Proba E. c)

Matematică ***M1_matematică-informatică***

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE – Simulare I.Ş.J Buzău- 19 noiembrie 2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\lvert z\rvert=\left\lvert\dfrac{6+8i}{3-4i}\right\rvert=\dfrac{\lvert 6+8i\rvert}{\lvert 3-4i\rvert}=$	**3p**
	$=\dfrac{\sqrt{6^2+8^2}}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{10}{5}=2$	**2p**
2.	$x_1+x_2=m+2, x_1x_2=m\Rightarrow$	**3p**
	$2x_1-3x_1x_2+2x_2=2(x_1+x_2)-3x_1x_2=2(m+2)-3m=-m+4\Rightarrow -m+4=3\Rightarrow m=1$	**2p**
3.	$\sqrt{4x+1}=5-x\Rightarrow 4x+1=25-10x+x^2\Rightarrow x^2-14x+24=0\Rightarrow$	**3p**
	$x_1=2$ care verifică ecuația inițială și $x_2=12$ care nu convine.	**2p**
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	Sunt 9 cazuri favorabile: 16,27,38,49,50,61,72,83,94. $p=\dfrac{9}{90}\Rightarrow p=\dfrac{1}{10}$	**3p**
5.	$\overrightarrow{FB}=\dfrac{1}{3}\cdot\overrightarrow{AB},\overrightarrow{EC}=\dfrac{1}{3}\cdot\overrightarrow{AC}\Rightarrow\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{EC}=\dfrac{1}{3}\cdot\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$	**3p**
	Fie D mijlocul lui BC. Atunci $\dfrac{1}{3}\cdot\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\dfrac{2}{3}\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG}$	**2p**
6.	$tgx+ctgx=4\Rightarrow\dfrac{\sin x}{\cos x}+\dfrac{\cos x}{\sin x}=4\Rightarrow\dfrac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin x\cdot\cos x}=4\Rightarrow$	**2p**
	$4\cdot\sin x\cdot\cos x=1\Rightarrow\sin 2x=\dfrac{1}{2}$. Cum $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right)\Rightarrow 2x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)\Rightarrow 2x=\dfrac{\pi}{6}\Rightarrow x=\dfrac{\pi}{12}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A\left(\frac{1}{2}\right)=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{3}{2} & 0 & -2 \end{pmatrix}$	**2p**
	$\det A\left(\frac{1}{2}\right)=-6-4\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)=-6+6=0$	**3p**
b)	$A(x)\cdot A(y)=\begin{pmatrix} 1+4x & 0 & 8x \\ 0 & 1 & 0 \\ -3x & 0 & 1-6x \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1+4y & 0 & 8y \\ 0 & 1 & 0 \\ -3y & 0 & 1-6y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1+4x+4y-8xy & 0 & 8x+8y-16xy \\ 0 & 1 & 0 \\ -3x-3y+6xy & 0 & 1-6x-6y+12xy \end{pmatrix}$	**3p**
	$=\begin{pmatrix} 1+4(x+y-2xy) & 0 & 8(x+y-2xy) \\ 0 & 1 & 0 \\ -3(x+y-2xy) & 0 & 1-6(x+y-2xy) \end{pmatrix}=A(x+y-2xy), \forall x,y\in\square$.	**2p**
c)	$A^2(a)=A(a+a-2\cdot a\cdot a)\Rightarrow A^2(a)=A(2a-2a^2)$	**2p**
	Cum $A(x)=A(y)\Leftrightarrow x=y$, cu $x,y\in\square$ şi $A(0)=I_3$, obţinem $2a-2a^2=0$, de unde rezultă $a\in\{0;1\}$	**3p**
2.a)	$x*(-x)=2\cdot x\cdot(-x)+x+(-x)=-2x^2$	**3p**
	Dar $-2x^2\le 0, \forall x\in\square$.	**2p**
b)	$(x*y)*z=(2xy+x+y)*z=2\cdot(2xy+x+y)\cdot z+(2xy+x+y)+z=$ $=4xyz+2\cdot(xy+xz+yx)+(x+y+z), \forall x,y,z\in\square$	**3p**
	Relaţia fiind simetrică în x,y,z rezultă că legea $*$ este asociativă	**2p**
c)	Cercetăm dacă există $e\in\square$, cu proprietatea $x*e=e*x=x, \forall x\in\square$. Rezultă $2xe+x+e=x, \forall x\in\square$, deci legea $*$ admite element neutru pe $e=0$.	**2p**
	Fie $a\in\square$ şi $s\in\square$ simetricul lui a în raport cu legea $*$. Din $a*s=0\Rightarrow$ $\Rightarrow 2\cdot a\cdot s+a+s=0\Rightarrow 4\cdot a\cdot s+2\cdot a+2\cdot s+1=1\Rightarrow(2a+1)\cdot(2s+1)=1$. Cum $a,s\in\square \Rightarrow a\in\{-1;0\}$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{(x+1)'\cdot\sqrt{x^2+1}-(x+1)\cdot\left(\sqrt{x^2+1}\right)'}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2}=\frac{\sqrt{x^2+1}-(x+1)\cdot\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=$	3p
	$=\frac{x^2+1-(x+1)\cdot x}{(x^2+1)\cdot\sqrt{x^2+1}}=\frac{1-x}{(x^2+1)\cdot\sqrt{x^2+1}}$	2p
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}(f(x))^{2x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}\right)^{2x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+2x+1}{x^2+1}\right)^{x}\overset{1^\infty}{=}$	3p
	$=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2x}{x^2+1}\right)^{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2x}{x^2+1}\right)^{\frac{x^2+1}{2x}\cdot\frac{2x}{x^2+1}\cdot x}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2}{x^2+1}}=e^2$	2p
c)	Fie $g:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-a\Rightarrow g'(x)=f'(x),\forall x\in(0,\infty)$ $g'(x)=0\Rightarrow x=1$	2p
	Deoarece $g'(x)>0$, pentru $x\in(0,1)$ și $g'(x)\le 0$, pentru $x\in[1,\infty)$ rezultă că funcția $g:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ este strict crescătoare pe $(0,1)$ şi strict descrescătoare pe $[1,\infty)$. Cum $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}g(x)=1-a<0, g(1)=\sqrt{2}-a>0, \lim\limits_{x\to\infty}g(x)=1-a<0$ pentru $a\in\left(1,\sqrt{2}\right)$ și $g:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ este continuă pe $(0,\infty)$ există $x_1\in(0,1)$ astfel încât $g(x_1)=0$ și există $x_2\in(1,\infty)$ astfel încât $g(x_2)=0$, deci ecuația $f(x)=a$ are două soluții reale strict pozitive pentru orice $a\in\left(1,\sqrt{2}\right)$.	3p
2.a)	$F(x)=\int f(x)dx=\int\left(x+e^{-x}\right)dx=\int xdx+\int e^{-x}dx=\frac{x^2}{2}-\int e^{-x}\cdot(-x)'dx=\frac{x^2}{2}-e^{-x}+C$	3p
	Cum $F(0)=-1+C$ din $F(0)=2024\Rightarrow C=2025$	2p
b)	$\int e^x\cdot f(x)dx=\int e^x\cdot\left(x+e^{-x}\right)dx=\int\left(x\cdot e^x+1\right)dx=\int x\cdot\left(e^x\right)'dx+x=$	3p
	$=x\cdot e^x-\int x'\cdot e^x dx+x=e^x(x-1)+x+C$	2p
c)	$\int\frac{x+1}{f(x)}dx=\int\frac{x+1}{x+e^{-x}}dx=\int\frac{e^x(x+1)}{x\cdot e^x+1}=\int\frac{x\cdot e^x+e^x}{x\cdot e^x+1}dx=$	2p
	$=\int\frac{x\cdot\left(e^x\right)'+(x)'\cdot e^x+1'}{x\cdot e^x+1}dx=\int\frac{\left(x\cdot e^x+1\right)'}{x\cdot e^x+1}dx=\ln\left(x\cdot e^x+1\right)+C$	3p

Str. Al.Marghiloman nr. 30, 120031, Buzău
Tel: +40 (0)238 721655, Fax: +40 (0)238 414655
www.isjbuzau.ro, E-mail office@isjbuzau.ro