Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z=i(1+i)^2=2i^2=$	**2p**
	$=-2$, deci partea reală a numărului complex z este egală cu -2	**3p**
2.	$-\frac{m^2-4}{4}=-1\Leftrightarrow m^2-8=0$	**3p**
	$m=-2\sqrt{2}$ sau $m=2\sqrt{2}$	**2p**
3.	$2^{2x}+3\cdot 2^x-4=0\Leftrightarrow(2^x-1)(2^x+4)=0$	**3p**
	Deoarece $2^x>0$, soluția ecuației este $x=0$	**2p**
4.	$5, 15, 25, \ldots, 2005$ și 2015 sunt numerele din mulţimea M care sunt divizibile cu 5 şi nu sunt divizibile cu 10	**2p**
	În mulţimea M sunt 202 numere care sunt divizibile cu 5 şi nu sunt divizibile cu 10	**3p**
5.	Punctul B este mijlocul segmentului MC	**2p**
	$\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AC}\right)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$	**3p**
6.	$2\sin x\cos x=\sin x\Leftrightarrow\sin x(2\cos x-1)=0$	**2p**
	Cum $x\in[0,\pi]$, obținem $x=0$, $x=\frac{\pi}{3}$ sau $x=\pi$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(2016)=\begin{pmatrix}1&1&1\\2015&2016&2016\\2015^2&2016^2&2016^2\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(2016))=\begin{vmatrix}1&1&1\\2015&2016&2016\\2015^2&2016^2&2016^2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=0$	**3p**
b)	$\det(A(x))=\begin{vmatrix}1&1&1\\2015&2016&x\\2015^2&2016^2&x^2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0&0&1\\2015-x&2016-x&x\\2015^2-x^2&2016^2-x^2&x^2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=(2015-x)(2016-x)\begin{vmatrix}1&1\\2015+x&2016+x\end{vmatrix}=(2015-x)(2016-x)$, pentru orice număr real x	**3p**
c)	$\det(A(x))=x^2-(2015+2016)x+2015\cdot2016$	**2p**
	$\det(A(x))$ are valoarea minimă pentru $x=\frac{4031}{2}$	**3p**

2.a)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}(-1)\cdot(-1)+(-1)\cdot 1 & (-1)\cdot(-1)+(-1)\cdot 1\\ 1\cdot(-1)+1\cdot 1 & 1\cdot(-1)+1\cdot 1\end{pmatrix}=$ $=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$	**3p** **2p**
b)	$X(a)\cdot X(b)=(I_2+aA)(I_2+bA)=I_2+(a+b)A+abA\cdot A=$ $=I_2+(a+b)A=X(a+b)$, pentru orice numere reale a și b	**3p** **2p**
c)	$M=X((-3)+(-2)+(-1)+0+1+2+3+4)=X(4)$ Cum $X(4)\cdot X(-4)=X(0)=I_2$, inversa matricei M este matricea $X(-4)=\begin{pmatrix}5 & 4\\ -4 & -3\end{pmatrix}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}\frac{mx^2+4x-m}{x-1}=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}\left(m(x+1)+\frac{4x}{x-1}\right)=$ $=+\infty$, deci dreapta de ecuație $x=1$ este asimptotă verticală la graficul funcției f, pentru orice număr real m	**3p** **2p**
b)	$y=3$ este asimptotă orizontală la graficul funcției $g\Rightarrow\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=3$ Cum $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{mx^2+4x-m}{x(x-1)}=m$, obținem $m=3$	**2p** **3p**
c)	$\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-5}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{\frac{-x^2+4x+1}{x-1}-5}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{-x^2-x+6}{(x-1)(x-2)}=$ $=\lim\limits_{x\to 2}\frac{-x-3}{x-1}=-5$	**2p** **3p**
2.a)	$f(-1)=-\frac{1}{2}$ $f(4)=2\Rightarrow f(-1)\cdot f(4)=-1$	**2p** **3p**
b)	$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}}\left(\frac{x}{2}+2a\right)=1+2a$, $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}}(ax+\log_2 x)=2a+1$ și $f(2)=2a+1$, deci funcția f este continuă în $x=2$, pentru orice număr real a Cum, pentru orice număr real a, funcția f este continuă pe $(-\infty,2)$ și pe $(2,+\infty)$, obținem că f este continuă pe $\mathbb{R}$	**3p** **2p**
c)	$f(-1)\cdot f(4)=\left(-\frac{1}{2}+2a\right)(4a+2)=(4a-1)(2a+1)$ Deoarece f este continuă și pentru orice $a\in\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$ avem $f(-1)\cdot f(4)<0$, ecuația $f(x)=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $(-1,4)$	**2p** **3p**