

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XI-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(x+2)+2x=2\cdot 7$ $x=4$	2p 3p
2.	$x_1+x_2=2(m-1), x_1x_2=2m^2-2m \Rightarrow x_1^2+x_2^2=-4m+4$ $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=4 \Leftrightarrow -\frac{2}{m}=4$, deci $m=-\frac{1}{2}$	3p 2p
3.	$5^{2x}=5^{3-x} \Leftrightarrow 2x=3-x$ $x=1$	3p 2p
4.	Numărul submulțimilor cu 2 elemente ale mulțimii M este egal cu C_{10}^2 , deci sunt 45 de cazuri posibile Numărul submulțimilor cu 2 elemente ale mulțimii M , care conțin elementul 10, este egal cu 9, deci sunt 9 cazuri favorabile $p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{9}{45}=\frac{1}{5}$	2p 2p 1p
5.	$m_{AB}=2, m_{BC}=a-3$ $m_{AB}=m_{BC} \Leftrightarrow a=5$	2p 3p
6.	$\left(\frac{1}{3}\right)^2+\cos^2 x=1$ și, cum $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, obținem $\cos x=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ $\text{tg } x=-\frac{1}{2\sqrt{2}}$, deci $2\sqrt{2} \text{tg } x+1=0$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(3)=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(3))=\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$ $=4-1=3$	3p 2p
b)	$\det(A(x))=\begin{vmatrix} \frac{x+1}{2} & \frac{x-1}{2} \\ \frac{x-1}{2} & \frac{x+1}{2} \end{vmatrix} = \left(\frac{x+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 = x$ $\det(A(y))=y$ și $\det(A(xy))=xy$, deci $\det(A(x)) \cdot \det(A(y)) = \det(A(xy))$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
c)	$A(1)+A(2)+\dots+A(n)=\begin{pmatrix} \frac{n(n+3)}{4} & \frac{n(n-1)}{4} \\ \frac{n(n-1)}{4} & \frac{n(n+3)}{4} \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)+A(2)+\dots+A(n))=\frac{n^2(n+1)}{2} =$ $=n \cdot \frac{n(n+1)}{2} = n(1+2+\dots+n) = n(\det(A(1))+\det(A(2))+\dots+\det(A(n)))$, pentru orice număr natural nenul n	3p 2p

2.a)	$A - B = \begin{pmatrix} 1-1 & 3-0 \\ 0-2 & 8-1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$	3p 2p
b)	$(A + I_2) \cdot (B - I_2) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 18 & 0 \end{pmatrix} = 6 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$	2p 3p
c)	<p>Pentru $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, cu a, b, c și d numere reale, $X \cdot A = A \cdot X \Rightarrow c = 0$ și $3a + 7b = 3d$</p> <p>$X \cdot B = B \cdot X \Rightarrow b = 0$ și $a = d$, deci $X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} = aI_2$ și obținem $X \cdot Y = aY = Y \cdot X$, pentru orice $Y \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$</p>	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 7x + 6}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x + 6) =$ $= 5$	3p 2p
b)	<p>$y = x + 2$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției $f \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ și</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-1)x + 6}{x + 1} = 2 \Leftrightarrow a = 3$	2p 3p
c)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + ax + 6}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 + \frac{a}{x} + \frac{6}{x^2} \right)}{1 + \frac{1}{x}} =$ $= +\infty, \text{ deci, oricare ar fi numărul real } a, \text{ funcția } f \text{ nu admite asimptotă orizontală spre } +\infty$	2p 3p
2.a)	$\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x < -2}} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2mx}{2 - x} = -m, \quad \lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x > -2}} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} (2x + 4 - m) = -m \text{ și } f(-2) = -m, \text{ deci}$ <p>funcția f este continuă în $x = -2$, pentru orice număr real m</p> <p>Cum, pentru orice număr real m, funcția f este continuă pe $(-\infty, -2)$ și pe $(-2, +\infty)$, obținem că f este continuă pe \mathbb{R}, pentru orice număr real m</p>	3p 2p
b)	<p>Pentru $x \in (-\infty, -2)$, $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{2 - x} = 0 \Leftrightarrow x = 0 \notin (-\infty, -2)$</p> <p>Pentru $x \in [-2, +\infty)$, $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \in [-2, +\infty)$</p>	3p 2p
c)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2mx}{2 - x} = -2m$ <p>Cum $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 4 - m - 2x) = 4 - m$, obținem $m = -4$</p>	2p 3p