Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XII-a

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2(a+ib)+(a-ib)=6+i \Leftrightarrow 3a+ib=6+i$, unde $z=a+ib$ și $a,b\in\mathbb{R}$	**2p**
	$a=2$, $b=1$, deci $z=2+i$	**3p**
2.	$f(1)+f(2)+\ldots+f(10)=(4\cdot1-5)+(4\cdot2-5)+\ldots+(4\cdot10-5)=4(1+2+\ldots+10)-10\cdot5=$	**3p**
	$=220-50=170$	**2p**
3.	$\log_2(x+3)=\log_2 2+\log_2(x+1)\Rightarrow x+3=2(x+1)$	**3p**
	$x=1$, care verifică ecuația	**2p**
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 9 numere cu cifrele egale, deci sunt 9 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{9}{90}=\dfrac{1}{10}$	**1p**
5.	$m_{AB}=1\Rightarrow m_d=-1$, unde d este dreapta care trece prin C și este perpendiculară pe AB	**2p**
	Ecuația dreptei d este $y=-x+4$	**3p**
6.	$\dfrac{AB}{\sin C}=\dfrac{BC}{\sin A}\Rightarrow BC=\dfrac{3\sqrt{2}\cdot\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}=$	**2p**
	$=\dfrac{3\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}=6$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&3&1\\4&9&1\end{pmatrix}$, $A(0)=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&3&0\\4&9&0\end{pmatrix}$	**2p**
	$A(1)-A(0)=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}$	**3p**
b)	$\det(A(x))=\begin{vmatrix}1&1&1\\2&3&x\\4&9&x^2\end{vmatrix}=3x^2+18+4x-12-9x-2x^2=$	**3p**
	$=x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$, pentru orice număr real x	**2p**
c)	$\det(A(x))=x^2-5x+6=\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}$	**2p**
	Valoarea minimă se obține pentru $a=\dfrac{5}{2}$	**3p**

2.a)	$x \circ y = 4xy - 4x - 4y + 4 + 1 =$	**2p**
	$= 4x(y-1) - 4(y-1) + 1 = 4(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
b)	$N = 4(2016-1)(2017-1) + 1 = 4 \cdot 2015 \cdot 2016 + 1 =$	**2p**
	$= 4 \cdot 2015 \cdot (2015+1) + 1 = 4 \cdot 2015^2 + 4 \cdot 2015 + 1 = (2 \cdot 2015 + 1)^2 = 4031^2$	**3p**
c)	$a \circ b = 13 \Leftrightarrow 4(a-1)(b-1) + 1 = 13 \Leftrightarrow (a-1)(b-1) = 3$	**2p**
	Cum a și b sunt numere naturale, obținem $a = 2$, $b = 4$ sau $a = 4$, $b = 2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = 2x \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} =$	**3p**
	$= 2x \ln x + x = x(2\ln x + 1)$, $x \in (0, +\infty)$	**2p**
b)	$f(1) = 0$, $f'(1) = 1$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x-1)$, adică $y = x - 1$	**3p**
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}}$	**1p**
	$x \in \left(0, \frac{1}{\sqrt{e}}\right] \Rightarrow f'(x) \leq 0$, deci f descrescătoare pe $\left(0, \frac{1}{\sqrt{e}}\right]$	**1p**
	$x \in \left[\frac{1}{\sqrt{e}}, +\infty\right) \Rightarrow f'(x) \geq 0$, deci f crescătoare pe $\left[\frac{1}{\sqrt{e}}, +\infty\right)$	**1p**
	Cum $f\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = -\frac{1}{2e}$, obținem $f(x) \geq -\frac{1}{2e} \Leftrightarrow 1 + 2ef(x) \geq 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$	**2p**
2.a)	$\int_0^1 f(x) e^{-x} dx = \int_0^1 (x-1) e^x e^{-x} dx = \int_0^1 (x-1) dx = \left(\frac{x^2}{2} - x\right)\Big\|_0^1 =$	**3p**
	$= \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$	**2p**
b)	$F'(x) = (x + a + 1)e^x$, $x \in \mathbb{R}$	**2p**
	$F'(x) = f(x) \Rightarrow (x + a + 1)e^x = (x-1)e^x$ pentru orice număr real x, de unde obținem $a = -2$	**3p**
c)	$x^3 f(x) = \left(x^4 - x^3\right)e^x$ și, cum $x \in [0,1] \Rightarrow 1 \leq e^x$ și $x^4 - x^3 \leq 0$, obținem $x^3 f(x) \leq x^4 - x^3$	**3p**
	$\int_0^1 x^3 f(x) dx \leq \int_0^1 \left(x^4 - x^3\right) dx = \left(\frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4}\right)\Big\|_0^1 = -\frac{1}{20}$	**2p**