

**Examenul național de bacalaureat 2021**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{tehnologic}$**   
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Simulare

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	$(1+3i)^2 - 6i = 1+6i+9i^2 - 6i =$ $= 1-9 = -8$	3p 2p
2.	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x+1 = 3x-7$ Coordonatele punctului de intersecție sunt $x=4$ și $y=5$	3p 2p
3.	$3-x = 4x^2 \Rightarrow 4x^2 + x - 3 = 0$ $x = -1$ , care nu convine; $x = \frac{3}{4}$ , care convine	3p 2p
4.	Numărul de submulțimi cu două elemente ale mulțimii $A$ este egal cu $C_5^2 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$ Numărul de submulțimi cu trei elemente ale mulțimii $A$ este egal cu $C_5^3 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$ , deci numărul de submulțimi cu două elemente ale mulțimii $A$ este egal cu numărul de submulțimi cu trei elemente ale mulțimii $A$	2p 3p
5.	$m_{AB} = 1$ , $m_{AC} = -a+2$ , unde $a$ este număr real $m_{AB} = m_{AC}$ , de unde obținem $a=1$	2p 3p
6.	$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ , deci $\cos x + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$ $\sin^2 x + \frac{1}{4} = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{3}{4}$ și, cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ , obținem că $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	2p 3p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-2) - 4 \cdot (-1) =$ $= -4 + 4 = 0$	3p 2p
b)	$M(1) = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x) = \begin{pmatrix} 2-2x & 4-6x \\ -1+x & -2+3x \end{pmatrix}$ , pentru orice număr real $x$ $M(x) \cdot M(1) = \begin{pmatrix} 0 & -2x \\ 0 & x \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = xM(1)$ , pentru orice număr real $x$	2p 3p
c)	$M(4) \cdot M(3) \cdot (M(2) \cdot M(1)) = M(4) \cdot M(3) \cdot (2M(1)) = 2M(4) \cdot (M(3) \cdot M(1)) = 2 \cdot 3 \cdot 4M(1)$ Cum $2 \cdot 3 \cdot 4M(1) = nM(1)$ , obținem $n=24$	3p 2p
2.a)	$1 * 2 = 1 + 2 + 1^2 \cdot 2^2 =$ $= 1 + 2 + 4 = 7$	3p 2p

<b>b)</b>	$x * 0 = x + 0 + 0 = x$ , pentru orice număr real $x$	<b>2p</b>
	$0 * x = 0 + x + 0 = x$ , pentru orice număr real $x$ , deci $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$-2 + x + 4x^2 \leq 3$ , deci $4x^2 + x - 5 \leq 0$	<b>2p</b>
	$x \in \left[-\frac{5}{4}, 1\right]$ și, cum $x$ este număr întreg, obținem $x = -1$ sau $x = 0$ sau $x = 1$	<b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = (e^x)' + (x^4)' - (2x)' + (2)' =$	<b>2p</b>
	$= e^x + 4x^3 - 2 + 0 = e^x + 4x^3 - 2, x \in \mathbb{R}$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	$f(0) = 3, f'(0) = -1$	<b>2p</b>
	Ecuția tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$ , adică $y = -x + 3$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$f''(x) = e^x + 12x^2, x \in \mathbb{R}$	<b>3p</b>
	$f''(x) \geq 0$ , pentru orice număr real $x$ , deci funcția $f$ este convexă	<b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 \left(x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x}\right) dx = \int_1^3 x dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^3 =$	<b>3p</b>
	$= \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 4$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_1^2 \left(f(x) + \frac{1}{x}\right) \ln x dx = \int_1^2 x \ln x dx = \int_1^2 \left(\frac{x^2}{2}\right)' \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big _1^2 - \int_1^2 \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx =$	<b>3p</b>
	$= \frac{4}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 1 - \frac{x^2}{4} \Big _1^2 = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int_1^{\sqrt{2}} x^{n+1} f^n(x) dx = \int_1^{\sqrt{2}} x(x^2 - 1)^n dx = \frac{1}{2} \int_1^{\sqrt{2}} (x^2 - 1)' (x^2 - 1)^n dx = \frac{(x^2 - 1)^{n+1}}{2(n+1)} \Big _1^{\sqrt{2}} = \frac{1}{2(n+1)}$	<b>3p</b>
	Cum $2(n+1) \leq 2021 \Leftrightarrow n \leq \frac{2019}{2}$ , obținem că 1009 este cel mai mare număr natural nenul pentru care $\int_1^{\sqrt{2}} x^{n+1} f^n(x) dx \geq \frac{1}{2021}$	<b>2p</b>