

Examenul de bacalaureat național 2015
Proba E. c)
Matematică M_șt-nat
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$a_{2015} = 2015 + 2014 \cdot (-1) =$ $= 1$	3p 2p
2.	$f(2) = -3 \Leftrightarrow -4m + 5 = -3$ $m = 2$	3p 2p
3.	$x + 1 - 2\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1} + x - 1 = 2 \Leftrightarrow x - 1 = \sqrt{x^2 - 1}$ $x = 1$, care verifică ecuația	3p 2p
4.	Sunt 3 pătrate perfecte în mulțime, deci sunt $C_3^2 = 3$ cazuri favorabile Sunt $C_9^2 = 36$ de cazuri posibile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$	2p 1p 2p
5.	Diagonalele paralelogramului $OABC$ se înjumătățesc, deci $x_A + x_C = x_O + x_B \Rightarrow x_B = 6$ $y_A + y_C = y_O + y_B \Rightarrow y_B = 0$	3p 2p
6.	$AD = 3$ $A_{\Delta ABC} = \frac{3 \cdot 3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$D(1) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 6 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 0 - 16 + 6 - 0 - 2 + 12 = 0$	2p 3p
b)	$D(x) = \begin{vmatrix} 1 & x & 4 \\ 0 & -1-x & -1-x \\ 0 & -2-x & x^2-4 \end{vmatrix} = -(x+1)(x+2) \begin{vmatrix} 1 & x & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & x-2 \end{vmatrix} =$ $= -(x+1)(x+2) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & x-2 \end{vmatrix} = -(x-1)(x+1)(x+2)$, pentru orice număr real x	3p 2p
c)	$(2^x - 4)(2^x - 2)(2^x - 1) = 0$ $x_1 = 0, x_2 = 1$ și $x_3 = 2$	2p 3p
2.a)	$X(-1) = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, X(1) = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, X(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $X(-1) + X(1) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2X(0)$	3p 2p

b)	$X(a) \cdot X(b) = \begin{pmatrix} 1+3a & -6a \\ a & 1-2a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1+3b & -6b \\ b & 1-2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+3a+3b+3ab & -6a-6b-6ab \\ a+b+ab & 1-2a-2b-2ab \end{pmatrix} =$	3p
	$= \begin{pmatrix} 1+3(a+b+ab) & -6(a+b+ab) \\ a+b+ab & 1-2(a+b+ab) \end{pmatrix} = X(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a și b	2p
c)	$\det(X(a)) = 1+a$	2p
	$\det(X(a)) = 0 \Leftrightarrow a = -1$, deci matricea $X(a)$ este inversabilă pentru $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{x^2}{x-1} =$	2p
	$= +\infty$, deci dreapta de ecuație $x=1$ este asimptotă verticală la graficul funcției f	3p
b)	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-4}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4x+4}{(x-1)(x-2)} =$	2p
	$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^2}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x-1} = 0$	3p
c)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$	2p
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x)-x) = 1$, deci dreapta de ecuație $y=x+1$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	3p
2.a)	f este continuă în $x=-1 \Leftrightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x) = f(-1)$	2p
	$-2 = -2 - a + 3 - 4 \Leftrightarrow a = -1$	3p
b)	$x \leq -1 \Rightarrow x+1 \leq 0 \Rightarrow e^{x+1} \leq e^0$	2p
	$e^{x+1} - 3 \leq 1 - 3 \Rightarrow f(x) \leq -2 \Rightarrow f(x) + 2 \leq 0$, pentru orice $x \leq -1$	3p
c)	$f(x) = 2x^3 - 4x - 4$, $f(0) = -4$ și $f(2) = 4$	3p
	Cum f este continuă pe $[0, 2]$ și $f(0) \cdot f(2) < 0$, ecuația $f(x) = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[0, 2]$	2p