Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică M_*tehnologic*

Simulare-Varianta 2

Barem de corectare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1	$(1-\frac{1}{2}:2)\cdot 4=\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot 4=$ $\frac{3}{4}\cdot 4=3$.	**3p** **2p**
2	$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-5x-6=0 \Leftrightarrow x\in\{-1;6\}$ deci $Gf \cap Ox=\{A(-1,0),\ B(6,0)\}$.	**3p** **2p**
3	$5-x=3^2$, deci $x=-4$ -4 verifică ecuația $\Rightarrow S=\{-4\}$.	**3p** **2p**
4	Cazurile posibile sunt: $\{0,1,2,3,...,9\}$. Cazurile favorabile sunt: $\{0,3,6,9\}$. $P=\frac{nr.\ cazurilor\ favorabile}{nr.\ cazurilor\ posibile}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.	**3p** **2p**
5	Mijlocul segmentului AB este punctul $M(-3,4)$. De unde obţine lungimea medianei $OM=5$.	**3p** **2p**
6	Demonstrează că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel cu $AB=AC=3\sqrt{2}$ (sau demonstrează că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel şi fiind isoscel înălţimea din A, coincide cu mediana din A, fiind deci egală cu jumătate din ipotenuză, adică este 3, sau aplică teorema sinusurilor şi deduce lungimea catetelor). Obţine aria egală cu 9.	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}-2 & -1\\ 2 & 1\end{vmatrix}=-2\cdot 1-2\cdot(-1)=$ $=0$.	**3p** **2p**
b)	$A^2=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -2 & -1\end{pmatrix}=-A$. De unde $A^2=xA \Leftrightarrow x=-1$.	**3p** **2p**

c)	$X(1)+X(3)+X(5)+...+X(51)=(I_2+A)+(I_2+3A)+(I_2+5A)+...+(I_2+51A)=$ $=26I_2+\frac{52\cdot 26}{2}A=$ $=26\cdot X(26)$, de unde $n=26$.	**2p** **2p** **1p**
2.a)	$5\circ(-3)=5+(-3)+\frac{5\cdot(-3)}{3}=$ $=-3$.	**3p** **2p**
b)	$x\circ(x-3)\geq -3 \Leftrightarrow x+(x-3)+\frac{x(x-3)}{3}\geq -3 \Leftrightarrow x^2+3x\geq 0$ Obţine soluţiile ecuaţiei ataşate $x_1=-3,\ x_2=0$, de unde soluţia inecuaţiei $S=(-\infty,-3]\cup[0,\infty)$.	**2p** **1p** **2p**
c)	Notând $2^m=t>0$, ecuaţia devine $t\circ t=\frac{16}{3}\Leftrightarrow t^2+6t-16=0$ Deduce $t=-8<0$, care nu convine şi $t=2$ de unde $m=1$.	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{(x^2)'(2-x)-x^2(2-x)'}{(2-x)^2}=$ $=\frac{4x-x^2}{(2-x)^2}=\frac{x(4-x)}{(2-x)^2}$.	**3p** **2p**
b)	m= $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x}{2-x}=-1$, de unde $m=-1$. n= $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-mx)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2}{2-x}+x\right)=-2$, de unde $n=-2$. Dreapta de ecuație $y=-x-2$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcţiei .	**2p** **2p** **1p**
c)	Justifică $f'(x)\geq 0,\ \forall\ x\in(2,4],\ f'(x)\leq 0,\ \forall\ x\in[4,\infty)\ \Rightarrow$ f crescătoare pe intervalul $(2,4]$ şi f descrescătoare pe intervalul $[4,\infty)$. $f(x)\leq f(4)=-8,\ \forall\ x\in(2,\infty)$, de unde concluzia .	**3p** **2p**
2.a)	f derivabilă pe R şi $f'(x)=(x^2e^x)'=(x^2)'e^x+x^2(e^x)'=2xe^x+x^2e^x$ $\Rightarrow f'(x)=(2x+x^2)e^x=x(x+2)e^x=g(x),\ \forall x\in R$, deci f este o primitivă a funcţiei g.	**3p** **2p**
b)	$\int\frac{g(x)}{f(x)}dx=\int\frac{x^2+2x}{x^2}dx=\int\left(1+\frac{2}{x}\right)dx=$ $=x+2\ln\lvert x\rvert+C=x+2\ln x+C$.	**3p** **2p**
c)	Fie $H:[-1,\infty)\to R$ o primitivă a funcţiei continue h. $H'(x)=h(x)=f(x)-g(x)=-2xe^x,\ \forall x\in[-1,\infty)$. $H''(x)=(-2x-2)e^x,\ \forall x\in[-1,\infty)$. Deduce $H''(x)\leq 0,\ \forall x\in[-1,\infty)\Rightarrow H$ concavă $\Rightarrow$ orice primitivă a funcţiei h este concavă .	**1p** **2p** **2p**