

Exerciții rezolvate cu ecuații exponențiale

Enunțuri

Ex.1.

Să se determine soluțiile reale ale ecuației $3^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x}}$.

Variante M2 bac 2009

Ex.2.

Să se determine soluțiile reale ale ecuației $2^x + 2^{x+3} = 36$.

Variante M2 bac 2009

Ex.3.

Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x - 10 \cdot 3^{x-1} + 1 = 0$.

Variante M1 bac 2009

Rezolvări

Ex.1.

Condițiile de existență pentru ecuația dată sunt $x \geq 0$.

Pentru rezolvare avem:

$$3^{x-2} = 3^{-\sqrt{x}} \Rightarrow x-2 = -\sqrt{x} \Rightarrow x + \sqrt{x} - 2 = 0$$

Facem notația $\sqrt{x} = t$ și rezultă ecuația de gradul doi $t^2 + t - 2 = 0$ care are soluțiile $t_1 = 1$ și $t_2 = -2$.

Revenind la notație obținem $x=1$.

Ex.2.

$2^x + 2^{x+3} = 36 \Leftrightarrow 2^x + 2^x \cdot 2^3 = 36$. Facem notația $2^x = y$ și obținem $y + 8y = 36 \Leftrightarrow 9y = 36 \Leftrightarrow y = 4$.

Revenind la notație obținem soluția $x = 2$.

Ex.3.

Ecuația dată se scrie astfel: $(3^x)^2 - 10 \cdot \frac{3^x}{3} + 1 = 0$. Dacă facem notația $3^x = y$ obținem ecuația $y^2 - 10 \cdot \frac{y}{3} + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow 3y^2 - 10y + 3 = 0 \text{ care are soluțiile } y_1 = 3 \text{ și } y_2 = \frac{1}{3}.$$

Revenind la substituție obținem $x_1 = 1$ și $x_2 = -1$.

