Exerciţii rezolvate cu funcţia de gradul doi

Enunţuri

Ex.1.

Se consideră funcția $f:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2$. Să se determine mulțimea valorilor funcției f.

Variante M2 bac 2009

Ex.2.

Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx^2-8x-3$, unde m este un număr real nenul. Să se determine m ştiind că valoarea maximă a funcţiei este egală cu 5.

Variante M2 bac 2009

Ex.3.

Să se determine valoarea minimă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^2-8x+1$.

Variante M1 bac 2009

Ex.4.

Să se arate că vârful parabolei $y=x^2+5x+1$ este situat în cadranul III.

Variante M1 bac 2009

Ex.5.

Să se determine funcția f de gradul al doilea știind că $f(-1)=1$, $f(0)=1$, $f(1)=3$.

Variante M1 bac 2009

Ex.6.

Să se determine valoarea maximă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+6x-9$.

Variante M1 bac 2009

Ex.7.

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax^2+x+c$. Știind că punctele $A(1,2)$ și $B(0,3)$ aparțin graficului funcției f, să se determine numerele reale a și c.

Variante M1 bac 2009

Ex.8.

Să se determine valorile parametrului real m știind că graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+mx-2m$ intersectează axa Ox in două puncte situate la distanţa 3.

Variante M1 bac 2009

Rezolvări

Ex.1.

$$\left.\begin{array}{l} f(0)=0 \\ f(1)=-1 \end{array}\right| \Rightarrow \operatorname{Im} f=[-1,0].$$

Ex.2.

Punem condiţia $m<0 \Rightarrow m \in(-\infty, 0)$

Valoarea maximă a funcţiei este $f_{\max }=-\frac{\Delta}{4 a}=5$.

$\Delta=64+12 m$

$-\frac{\Delta}{4 a}=-\frac{64+12 m}{4 m}=5 \Rightarrow 20 m=-12 m-64 \Rightarrow m=-2<0$

Ex.3.

Valoarea minimă a funcţiei de gradul doi este $-\frac{\Delta}{4 a}=-\frac{48}{16}=-3$.

Ex.4.

Varful parabolei este $V\left(-\frac{b}{2 a},-\frac{\Delta}{4 a}\right)$ adică in cazul nostru $V\left(-\frac{5}{2},-\frac{21}{4}\right)$.

Cum $x_V, y_V<0$ rezultă că varful este situat in cadranul III.

Ex.5.

Luăm $f(x)=a x^{2}+b x+c$

$$\left.\begin{array}{l} f(-1)=a-b+c=1 \\ f(0)=c=1 \\ f(1)=a+b+c=3 \end{array}\right| \Rightarrow\left\{\begin{array}{l} a-b=0 \\ a+b=2 \end{array} \Rightarrow a=1, b=1, c=1 \Rightarrow f(x)=x^{2}+x+1 .\right.$$

Ex.6.

Valoarea maxima a functiei este $-\frac{\Delta}{4 a}=-\frac{0}{-4}=0$

Ex.7.

$A(1,2) \in G_{f} \Rightarrow f(1)=2 \Rightarrow a+1+c=2 \Rightarrow a+c=1$

$B(0,3) \in G_{f} \Rightarrow f(0)=3 \Rightarrow c=3$ şi mai departe $a=-2$.

Ex.8.

Punem condiţiile:

$$\left\{\begin{array}{c} \Delta \geq 0 \\ \left|x_{1}-x_{2}\right|=3 \end{array} \Rightarrow\left\{\begin{array}{c} m^{2}+8 m \geq 0 \\ \left(x_{1}-x_{2}\right)^{2}=9 \end{array} \Rightarrow\left\{\begin{array}{c} m \in(-\infty,-8] \cup[0,+\infty) \\ x_{1}^{2}-2 x_{1} x_{2}+x_{2}^{2}=9 \end{array} \Rightarrow\left\{\begin{array}{c} m \in(-\infty,-8] \cup[0,+\infty) \\ S^{2}-4 P=9 \end{array} \Rightarrow\left\{\begin{array}{c} m \in(-\infty,-8] \cup[0,+\infty) \\ m^{2}+8 m=9 \end{array}\right.\right.\right.\right.\right.$$

Se obţin valorile $m_{1}=1$ şi $m_{2}=-9$.