Examenul de bacalaureat naţional 2017

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z_1z_2+2z_1+z_2=(2+3i)(4-6i)+2(2+3i)+4-6i=$	**2p**
	$=8-12i+12i-18i^2+4+6i+4-6i=34$, care este număr real	**3p**
2.	$g(0)=1$	**2p**
	$(f\circ g)(0)=f(g(0))=f(1)=1$	**3p**
3.	$x^2-4=5x-8\Rightarrow x^2-5x+4=0$	**3p**
	$x=1$, care nu verifică ecuația; $x=4$, care verifică ecuația	**2p**
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile	**1p**
	Sunt 13 numere naturale de două cifre, multipli de 7, deci sunt 13 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{13}{90}$	**2p**
5.	Dreapta paralelă cu dreapta d are panta egală cu 3	**2p**
	Ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d este $y=3x-3$	**3p**
6.	$\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\sin x+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\cos x=\cos\left(\frac{\pi}{2}+x-x\right)=$	**3p**
	$=\cos\frac{\pi}{2}=0$, pentru orice număr real x	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(2)=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(2))=\begin{vmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=4$	**3p**
b)	$A(x)+B(x)=\begin{pmatrix}x&0&x\\0&2x&0\\2&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(x)+B(x))=\begin{vmatrix}x&0&x\\0&2x&0\\2&0&1\end{vmatrix}=2x^2-4x^2=$	**3p**
	$=-2x^2=\det(B(x))$, pentru orice număr real x	**2p**
c)	$A(n)B(p)=\begin{pmatrix}n&0&0\\0&n&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&p\\0&p&0\\2&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&np\\0&np&0\\2&0&0\end{pmatrix}$, $B(3)=\begin{pmatrix}0&0&3\\0&3&0\\2&0&0\end{pmatrix}$	**2p**
	$A(n)B(p)=B(3)\Leftrightarrow np=3$ și, cum n și p sunt numere naturale, obținem $n=1$, $p=3$ sau $n=3$, $p=1$	**3p**
2.a)	$f(1)=0\Leftrightarrow 1^3+a\cdot 1^2+8\cdot 1+3=0$	**2p**
	$a=-12$	**3p**

b)	$a=6 \Rightarrow f=X^3+6X^2+8X+3$ și câtul este $X+1$	**3p**
	Restul este 0	**2p**
c)	$x_1+x_2+x_3=-a$, $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=8 \Rightarrow x_1^2+x_2^2+x_3^2=a^2-16$	**3p**
	Pentru $a\in(-4,4)$, obținem $a^2-16<0$, deci $x_1^2+x_2^2+x_3^2<0$, adică polinomul f nu are toate rădăcinile reale	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(x^{2018}\right)'+(2018x)'+2'=$	**2p**
	$=2018x^{2017}+2018=2018\left(x^{2017}+1\right)$, $x\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=2018x+2$	**3p**
	$2020=2018a+2 \Leftrightarrow a=1$	**2p**
c)	$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1$	**2p**
	Cum $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$, $f(-1)=-2015$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$, ecuația $f(x)=0$ are exact două soluții reale distincte	**3p**
2.a)	$\int_0^1\left(x^2+2x+2\right)dx=\left(\frac{x^3}{3}+2\cdot\frac{x^2}{2}+2x\right)\Big\|_0^1=$	**3p**
	$=\frac{1}{3}+1+2=\frac{10}{3}$	**2p**
b)	$I_{n+1}+2I_n+2I_{n-1}=\int_0^1\frac{x^{n+1}+2x^n+2x^{n-1}}{x^2+2x+2}dx=$	**2p**
	$=\int_0^1\frac{x^{n-1}\left(x^2+2x+2\right)}{x^2+2x+2}dx=\int_0^1 x^{n-1}dx=\frac{x^n}{n}\Big\|_0^1=\frac{1}{n}$, pentru orice număr natural n, $n\geq 2$	**3p**
c)	$I_{n+1}-I_n=\int_0^1\frac{x^n(x-1)}{x^2+2x+2}dx\leq 0$, deci $I_{n+1}\leq I_n$, pentru orice număr natural nenul n	**1p**
	$5I_{n+1}\leq I_{n+1}+2I_n+2I_{n-1}\leq 5I_{n-1}\Rightarrow 5I_{n+1}\leq\frac{1}{n}\leq 5I_{n-1}$, pentru orice număr natural n, $n\geq 2$	**2p**
	Pentru orice număr natural n, $n\geq 2$, $\frac{n}{5(n+1)}\leq nI_n\leq\frac{n}{5(n-1)}$, deci $\lim\limits_{n\to+\infty} nI_n=\frac{1}{5}$	**2p**