# Examenul de bacalaureat național 2019
## Proba E. c)
## Matematică *M_mate-info*
## BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

**Model**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică***
***Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică***

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $\frac{3}{x+1} \in \mathbb{N} \Rightarrow x+1=1$ sau $x+1=3$ | **3p** |
| | Elementele mulțimii $M$ sunt $0$ și $2$ | **2p** |
| **2.** | $x_1^2-1=mx_1$, $x_2^2-1=mx_2$, pentru orice număr real $m$ | **2p** |
| | $\frac{mx_1}{x_1}+\frac{mx_2}{x_2}=2$, deci $m=1$ | **3p** |
| **3.** | $\sqrt{2-x}=x \Rightarrow 2-x=x^2 \Rightarrow x^2+x-2=0$ | **3p** |
| | $x=-2$, care nu convine sau $x=1$, care convine | **2p** |
| **4.** | În mulțimea $A$ sunt $20$ de numere, deci sunt $20$ de cazuri posibile | **1p** |
| | Pentru $n \le 20$, obținem $\log_2 n \in \mathbb{N} \Leftrightarrow n \in \{1,2,4,8,16\}$, deci sunt $5$ cazuri favorabile | **2p** |
| | $p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$ | **2p** |
| **5.** | $m_{MP}=-1$, deci panta mediatoarei segmentului $MP$ este $m=1$ | **2p** |
| | $Q\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ este mijlocul lui $MP$, deci ecuația mediatoarei este $y-\frac{3}{2}=x-\frac{1}{2} \Leftrightarrow y=x+1$ | **3p** |
| **6.** | $\frac{AB}{\sin C}=\frac{BC}{\sin A} \Leftrightarrow \frac{5\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}=\frac{BC}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ | **3p** |
| | $BC=10$ | **2p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $M(0)=\begin{pmatrix}1&2&4\\-1&0&-1\\0&1&3\end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(0))=\begin{vmatrix}1&2&4\\-1&0&-1\\0&1&3\end{vmatrix}=$ | **2p** |
| | $=0+(-4)+0-0-(-6)-(-1)=3$ | **3p** |
| **b)** | $\det(M(m))=\begin{vmatrix}1&2&4\\-1&m&-1\\m&1&3\end{vmatrix}=-4m^2+m+3$, pentru orice număr real $m$ | **2p** |
| | $\det(M(m))=0 \Leftrightarrow m=-\frac{3}{4}$ sau $m=1$, deci sistemul are soluție unică pentru $m \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{4},1\right\}$ | **3p** |
| **c)** | Pentru $m=1$, sistemul este compatibil nedeterminat și soluțiile sistemului sunt $(3-2\alpha,1-\alpha,\alpha)$, unde $\alpha \in \mathbb{C}$ | **3p** |
| | $4(1-\alpha)^2=(3-\alpha)^2 \Leftrightarrow \alpha=-1$ sau $\alpha=\frac{5}{3}$, deci soluțiile sunt $(5,2,-1)$ sau $\left(-\frac{1}{3},-\frac{2}{3},\frac{5}{3}\right)$ | **2p** |

| | | |
|---|---|---|
| **2.a)** | $x*y=\frac{1}{3}xy-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y+\frac{3}{4}+\frac{6}{4}=$ | **2p** |
| | $=\frac{1}{3}x\left(y-\frac{3}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(y-\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{2}=\frac{1}{3}\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(y-\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{2}$, pentru orice numere reale $x$ și $y$ | **3p** |
| **b)** | $x*x=\frac{1}{3}\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{2}$, $x*x*x=\frac{1}{9}\left(x-\frac{3}{2}\right)^3+\frac{3}{2}$ | **2p** |
| | $\frac{1}{9}\left(x-\frac{3}{2}\right)^3+\frac{3}{2}=x\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$ sau $x=\frac{3}{2}$ sau $x=\frac{9}{2}$ | **3p** |
| **c)** | $x*\frac{9}{2}=\frac{9}{2}*x=x$, pentru orice număr real $x$, deci $e=\frac{9}{2}$ este elementul neutru al legii „$*$” | **2p** |
| | $n*n'=n'*n=\frac{9}{2}\Leftrightarrow 4nn'-6n-6n'=27$, unde $n'$ este simetricul lui $n$ și, cum pentru $n, n'\in\mathbb{N}$, numărul $4nn'-6n-6n'$ este par, obținem că nu există niciun număr natural $n$ al cărui simetric în raport cu legea de compoziție „$*$” să fie număr natural | **3p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $f'(x)=1-\frac{2x+1}{x^2+x+1}=$ | **3p** |
| | $=\frac{x^2-x}{x^2+x+1}=\frac{x(x-1)}{x^2+x+1}$, $x\in\mathbb{R}$ | **2p** |
| **b)** | Tangenta la graficul funcției $f$ în punctul $(a,f(a))$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y=-\frac{1}{7}x+2\Leftrightarrow f'(a)=-\frac{1}{7}$ | **2p** |
| | $\frac{a(a-1)}{a^2+a+1}=-\frac{1}{7}\Leftrightarrow 8a^2-6a+1=0\Leftrightarrow a=\frac{1}{4}$ sau $a=\frac{1}{2}$ | **3p** |
| **c)** | $f$ continuă pe $\mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$, $f(0)=0$, $f(1)=1-\ln 3\in(-1,0)$ | **3p** |
| | $f$ este strict descrescătoare pe $(0,1)$ și $f$ este strict crescătoare pe $(1,+\infty)$, deci, pentru fiecare $n\in\mathbb{N}^*$, ecuația $f(x)+n=0$ nu are nicio soluție în $[0,+\infty)$ | **1p** |
| | $f$ este strict crescătoare pe $(-\infty,0)\Rightarrow$ pentru fiecare $n\in\mathbb{N}^*$, ecuația $f(x)+n=0$ are soluție unică în $(-\infty,0)$, deci pentru fiecare $n\in\mathbb{N}^*$, ecuația $f(x)+n=0$ are soluție unică | **1p** |
| **2.a)** | $\int_0^2 e^x f(x)dx=\int_0^2 e^x\cdot\frac{x}{e^x}dx=\int_0^2 x\,dx=\left.\frac{x^2}{2}\right\|_0^2=$ | **3p** |
| | $=2-0=2$ | **2p** |
| **b)** | $\mathcal{A}=\int_{-1}^1\left\|f(x)\right\|dx=\int_{-1}^0 -xe^{-x}dx+\int_0^1 xe^{-x}dx=\left.(x+1)e^{-x}\right\|_{-1}^0-\left.(x+1)e^{-x}\right\|_0^1=$ | **3p** |
| | $=1-\frac{2}{e}+1=2-\frac{2}{e}$ | **2p** |
| **c)** | $(n+2)I_n=(n+2)\int_0^1 x^n f(x)dx=(n+2)\int_0^1 x^{n+1}e^{-x}dx=\int_0^1\left(x^{n+2}\right)'e^{-x}dx=\frac{1}{e}+\int_0^1 x^{n+2}e^{-x}dx$ | **2p** |
| | $0\le x\le 1\Rightarrow\frac{1}{e}\le e^{-x}\le 1\Rightarrow\frac{1}{e}\cdot x^{n+2}\le x^{n+2}e^{-x}\le x^{n+2}\Rightarrow\frac{1}{e}\int_0^1 x^{n+2}dx\le\int_0^1 x^{n+2}e^{-x}dx\le\int_0^1 x^{n+2}dx$ | **1p** |
| | Cum $\lim\limits_{n\to+\infty}\int_0^1 x^{n+2}dx=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n+3}=0$, obținem $\lim\limits_{n\to+\infty}\int_0^1 x^{n+2}e^{-x}dx=0\Rightarrow\lim\limits_{n\to+\infty}(n+2)I_n=\frac{1}{e}$ | **2p** |