Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_6 = a_2 + 4r$, deci $4r = 16$, de unde obținem $r = 4$, unde r este rația progresiei aritmetice $a_1 = a_2 - r = 7 - 4 = 3$	**3p** **2p**
2.	$f(a) = 3a \Leftrightarrow 8a - 5 = 3a$ $a = 1$	**3p** **2p**
3.	$\log_4\left(3x^2\right) = \log_4 12$, de unde obținem $3x^2 = 12$ $x = -2$, care nu convine; $x = 2$, care convine	**3p** **2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile Numerele naturale n, de două cifre, pentru care $\sqrt{n}$ este număr natural par sunt 16, 36 și 64, deci sunt 3 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{3}{90} = \frac{1}{30}$	**2p** **3p**
5.	$M(-1,3)$ și $N(3,0)$, unde punctele M și N sunt mijloacele segmentelor AB, respectiv OC $MN = \sqrt{(3+1)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{25} = 5$	**2p** **3p**
6.	$\sin B = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AC}{16}$, deci $AC = 8$ $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = 8\sqrt{3}$ și, cum $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2}$, obținem $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{8 \cdot 8\sqrt{3}}{2} = 32\sqrt{3}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} -3 & 3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = -3 \cdot (-1) - 3 \cdot (-2) =$ $= 3 + 6 = 9$	**3p** **2p**
b)	$B(3) = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ și $B(4) = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow B(3) \cdot B(4) = \begin{pmatrix} 14 & -21 \\ 14 & 0 \end{pmatrix} =$ $= 7\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = 7B(1)$, de unde obținem $x = 7$	**3p** **2p**
c)	$C \cdot B(a) = \begin{pmatrix} \frac{-a+1}{3} & \frac{a+2}{3} \\ \frac{-2a-4}{9} & \frac{-a+7}{9} \end{pmatrix}$, pentru orice număr real a $C \cdot B(a) = B(a) \cdot C = I_2$, de unde obținem $a = -2$	**2p** **3p**

2.a)	$f = X^3 + X^2 + X - 4 \Rightarrow f(2) = 2^3 + 2^2 + 2 - 4 =$ $= 8 + 4 + 2 - 4 = 10$	**3p** **2p**
b)	$f = X^3 + X^2 - 4X - 4 \Rightarrow f = (X+1)(X-2)(X+2)$ Rădăcinile polinomului f sunt -2, -1 și 2	**2p** **3p**
c)	$x_1 + x_2 + x_3 = -1$, $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = m \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1 - 2m$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f Cum m este număr natural nenul, obținem $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 0$, deci polinomul f **nu** are toate rădăcinile reale	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \dfrac{(2x-2)(x+2) - (x^2 - 2x + 1)\cdot 1}{(x+2)^2} =$ $= \dfrac{2x^2 + 4x - 2x - 4 - x^2 + 2x - 1}{(x+2)^2} = \dfrac{x^2 + 4x - 5}{(x+2)^2}$, $x \in (-2, +\infty)$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{e^x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{e^x(x+2)} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x-2}{e^x(x+3)} =$ $= \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2}{e^x(x+4)} = 0$	**3p** **2p**
c)	$f''(x) = \dfrac{18}{(x+2)^3}$, $x \in (-2, +\infty)$ $f''(x) > 0$, pentru orice $x \in (-2, +\infty)$, de unde obținem că funcția f este convexă	**3p** **2p**
2.a)	$\int_1^3 \left(f(x) - \dfrac{1}{\sqrt{x+1}} \right) dx = \int_1^3 (x+1)\, dx = \left(\dfrac{x^2}{2} + x \right) \Bigg\|_1^3 =$ $= \dfrac{9}{2} + 3 - \dfrac{1}{2} - 1 = 6$	**3p** **2p**
b)	$\int_0^8 (f(x) - x - 1)\, dx = \int_0^8 \dfrac{1}{\sqrt{x+1}}\, dx = 2\int_0^8 (x+1)' \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}\, dx = 2\sqrt{x+1} \Big\|_0^8 =$ $= 2 \cdot 3 - 2 \cdot 1 = 4$	**3p** **2p**
c)	$V = \pi \int_0^3 g^2(x)\, dx = \pi \int_0^3 \left((x+1)^2 + 2\sqrt{x+1} + \dfrac{1}{x+1} \right) dx =$ $= \pi \int_0^3 (x+1)' \left((x+1)^2 + 2\sqrt{x+1} + \dfrac{1}{x+1} \right) dx = \pi \left(\dfrac{(x+1)^3}{3} + 4 \cdot \dfrac{(x+1)\sqrt{x+1}}{3} + \ln(x+1) \right) \Bigg\|_0^3 =$ $= \pi \left(\dfrac{64}{3} + \dfrac{32}{3} + \ln 4 - \dfrac{1}{3} - \dfrac{4}{3} \right) = \pi \left(\dfrac{91}{3} + \ln 4 \right)$	**2p** **3p**