Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că numărul $n=\log_3\left(\sqrt{7}-2\right)+\log_3\left(\sqrt{7}+2\right)$ este natural.

5p **2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2+6x+3$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(x+2)^3=(2-x)^3$.

5p **4.** Calculați câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu elemente ale mulțimii $\{0,2,4,6,8\}$.

5p **5.** Punctele M, N și P verifică relația $2\overrightarrow{MN}+3\overrightarrow{NP}=\vec{0}$. Calculați lungimea segmentului MP, știind că $MN=3$.

5p **6.** Arătați că $\sin x+\sin(\pi-x)+\sin(\pi+x)+\sin(2\pi-x)=0$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x,y)=\begin{pmatrix} x & y & 1 \\ 1 & x & y \\ x & 1 & y \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(2,3)\right)=12$.

5p **b)** Demonstrați că $\det\left(A\left(n^2,n\right)\right)\geq 0$, pentru orice număr natural n.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care inversa matricei $B=A(x,0)\cdot A(x,0)$ este matricea $A(x,0)$.

2. Se consideră polinomul $f=nX^n+X^2-nX-1$, unde n este număr natural, $n\geq 3$.

5p **a)** Arătați că $f(1)=0$, pentru orice număr natural n, $n\geq 3$.

5p **b)** Arătați că, dacă n este număr natural impar, $n\geq 3$, atunci polinomul f este divizibil cu X^2-1.

5p **c)** Arătați că, pentru orice număr natural n, $n\geq 5$, polinomul f **nu** are rădăcini în mulțimea $\mathbb{Q}-\mathbb{Z}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\operatorname{arctg}x-x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=-\dfrac{x^2}{x^2+1}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $f(x)+g(x)=\dfrac{\pi}{2}$, pentru orice număr real x, unde $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\operatorname{arcctg}x+x$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^{-x^2}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1 f\left(\sqrt{x}\right)dx=\frac{e-1}{e}$.

5p **b)** Arătați că orice primitivă a funcției f este concavă pe $(0,+\infty)$.

5p **c)** Pentru fiecare număr natural nenul n, se consideră numărul $I_n=\displaystyle\int_{\frac{1}{n}}^{1} f(x)dx$. Demonstrați că șirul $(I_n)_{n\geq 1}$ este convergent.