

Examenul național de bacalaureat 2022  
Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{mate-info}}$

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numerele  $6 - 3\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{3}$  și  $2 + \sqrt{3}$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + mx + 1$ , unde  $m$  este număr real. Determinați numerele reale  $m$  pentru care axa  $Ox$  este tangentă graficului funcției  $f$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $5^{x+2} = 5^x + 24$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre distincte, acesta să aibă cifra zecilor multiplu de 3.
- 5p 5. Se consideră triunghiul  $ABC$ , punctul  $D$  mijlocul laturii  $AC$  și punctul  $M$  astfel încât  $\overline{MA} + 2\overline{MB} + 3\overline{MC} = \vec{0}$ . Arătați că drepte  $MD$  și  $AB$  sunt paralele.
- 5p 6. Calculați lungimea laturii  $AB$  a triunghiului  $ABC$ , în care  $AC = 3$  și măsurile unghiurilor  $A$  și  $B$  sunt de  $30^\circ$ , respectiv  $60^\circ$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & i & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  și  $A(z) = aI_3 + bB$ , unde  $z = a + ib$ , cu  $a$  și  $b$  numere reale și  $i^2 = -1$ .
- 5p a) Arătați că  $\det B = i$ .
- 5p b) Demonstrați că  $A(z_1) \cdot A(z_2) = A(z_1 z_2)$ , pentru orice numere complexe  $z_1$  și  $z_2$ .
- 5p c) Determinați numărul natural  $n$  pentru care  $A(1+i) \cdot A(2+i) \cdot A(3+i) \cdot A(1-i) \cdot A(2-i) \cdot A(3-i) = nI_3$ .
2. Pe  $M = [1, +\infty)$  se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = \log_2(2^{x+y} - 2^{x+1} - 2^{y+1} + 6)$ .
- 5p a) Arătați că  $x * y = \log_2((2^x - 2)(2^y - 2) + 2)$ , pentru orice  $x, y \in M$ .
- 5p b) Determinați elementul neutru al legii de compoziție „\*”.
- 5p c) Arătați că  $x * x * x < 3x$ , pentru orice  $x \in M$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^3 + 3x + 1)e^{-x}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = (2 - x)(x^2 - x + 1)e^{-x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{f(x) - e^{-x}}{f(x) + e^{-x}} \right)^{f(x)e^x} = e^{-2}$ .
- 5p c) Demonstrați că funcția  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \left| \frac{f(x)}{e^{-x}} - 1 \right|$  are un singur punct de extrem.

2. Se consideră funcția  $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \ln(x-1)$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_4^6 \frac{f(x)}{\ln(x-1)} dx = 10$ .
- 5p b) Demonstrați că  $F(\sqrt{7}) < F(3)$ , pentru orice primitivă  $F$  a funcției  $f$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $m$ , știind că  $\int_3^5 f(x) dx = m(4 \ln 2 - 1)$ .

<https://variante-mate.ro>