Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{3}\left(2-\sqrt{3}\right)+3=\sqrt{12}$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-1$. Determinați numerele naturale a pentru care $f(a)>g(a)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+2}\cdot 2^{x+1}+2\cdot 6^{x}=120$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale nenule mai mici decât 114, acesta să fie divizibil cu 4.

5p **5.** Determinați numărul real a, știind că punctul $M(a,15)$ aparține dreptei d de ecuație $y=3x+2a$.

5p **6**. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB=3$, $AC=4$ și înălțimea AD, unde punctul D aparține laturii BC. Arătați că $\sin\sphericalangle BAD=\frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=2xy-x-y+1$.

5p **1.** Arătați că $(-1)\circ(-1)=5$.

5p **2.** Demonstrați că $x\circ y=2\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Arătați că $e=1$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **4.** Arătați că $x\circ\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\circ x=\frac{1}{2}$, pentru orice număr real x.

5p **5.** Calculați $\frac{1}{3}\circ\frac{2}{4}\circ\frac{3}{5}\circ\ldots\circ\frac{2020}{2022}$.

5p **6.** Determinați numărul real strict pozitiv x, pentru care $\left(\log_2 x+\frac{1}{2}\right)\circ\left(\log_3 x+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}0&2\\2&0\end{pmatrix}$ și $M(a)=\begin{pmatrix}a&2\\2&a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $A\cdot A=4I_2$.

5p **2.** Arătaţi că $aI_2+A=M(a)$, pentru orice număr real a.

5p **3.** Arătați că $M(2)\cdot M(4)=6M(2)$.

5p **4.** Determinaţi perechile (a,b) de numere naturale pentru care $M(a)\cdot M(b)=7\cdot I_2+4\cdot A$.

5p **5.** Determinați numărul natural k pentru care $\det(M(k+2))\leq 0$.

5p **6.** Determinați numărul real a, $a<-2$, știind că inversa matricei $M(a)$ este matricea $M(a)-2\cdot A$.