Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Se consideră numărul complex $z=1-i$. Arătați că $z^2+2i=0$.
5p	**2.** Calculați $(g\circ f)(0)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2017$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-2017$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x^2-3x}=3^{x-4}$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{1,2,3,\ldots,100\}$, acesta să fie pătrat perfect.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(0,1)$. Determinați ecuația dreptei d, care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta de ecuație $y=x-10$.
5p	**6.** Determinați aria triunghiului ABC, știind că $AB=6$, $AC=4$ și $A=\dfrac{\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m-1 & -1 \\ 2 & m-2 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.
5p	**a)** Calculați $\det(A(0))$.
5p	**b)** Demonstrați că $A(1+m)+A(1-m)=2A(1)$, pentru orice număr real m.
5p	**c)** Demonstrați că matricea $A(m)$ este inversabilă, pentru orice număr real m.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=-3xy+9x+9y-24$.
5p	**a)** Arătați că $x*y=-3(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**b)** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.
5p	**c)** Determinați numărul real x, pentru care $(x*x)*x=12$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{3(x-1)(x^2+x+1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $f(x)\geq 1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2+3x+3}$.
5p	**a)** Calculați $\displaystyle\int_1^2 (x^2+3x+3)f(x)\,dx$.
5p	**b)** Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=3$ are aria egală cu $\ln 7$.
5p	**c)** Demonstrați că $\displaystyle\int_{-1}^0 f'(x)f(x)\,dx=0$.