

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică  $M_{tehnologic}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul  $n = \sqrt{8}(\sqrt{2} + 1) - 2\sqrt{2}$  este pătratul unui număr natural.
- 5p 2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - x + 2$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x + 1$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(a) = g(a)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{2x^2 - 6x + 5} = x - 1$ .
- 5p 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte au cifrele elemente ale mulțimii  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2,1)$  și  $B(3,0)$ . Determinați ecuația dreptei  $d$  care trece prin mijlocul segmentului  $AO$  și este paralelă cu dreapta  $AB$ .
- 5p 6. Arătați că  $(\sin x + 7 \cos x)^2 + (7 \sin x - \cos x)^2 = 50$ , pentru orice număr real  $x$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ m & m+1 \end{pmatrix}$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(0)) = 1$ .
- 5p b) Demonstrați că  $A(m) + A(-m) = 2A(0)$ , pentru orice număr real  $m$ .
- 5p c) Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  pentru care  $A(2) \cdot X = A(5)$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$ .
- 5p a) Arătați că  $x \circ y = 3(x+1)(y+1) - 1$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p b) Arătați că  $x \circ \left(-\frac{2}{3}\right) = x$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p c) Determinați numerele naturale  $n$  pentru care  $n \circ (n-1) < 17$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + 6x}{x - 2}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{(x-6)(x+2)}{(x-2)^2}$ ,  $x \in (2, +\infty)$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Demonstrați că funcția  $f$  nu are puncte de inflexiune.
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^1 (e^x + 1) f(x) dx = 1$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_0^1 \frac{x}{f(x)} dx = \frac{3}{2}$ .
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \sqrt{e^x f(x)}$ .