

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că numărul $N = (4 + 3i)^2 + (3 - 4i)^2$ este natural, unde $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Determinați numerele reale a , știind că punctul $A(a, a)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 - x^2$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x + 5^{x+1} = 30$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{49}\}$, acesta să fie număr natural.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$, $B(3,5)$ și $C(2,1)$. Determinați lungimea medianei din B a triunghiului ABC .
- 5p** 6. Demonstrați că $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x, y) = \begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1,1)) = 2$.
- 5p** b) Determinați numărul natural n pentru care $A(n-1,0) + A(n+1,0) = A(2018,0)$.
- 5p** c) Determinați numărul real a , știind că există un număr real x pentru care $A(x,1) \cdot A(x,1) = A(a,-2)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 7X^2 + mX - 8$, unde m este număr real.
- 5p** a) Arătați că $f(-1) + f(1) = -30$, pentru orice număr real m .
- 5p** b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la $X^2 - 3X + 1$, știind că f se divide cu $X - 2$.
- 5p** c) Determinați numărul real m pentru care polinomul f are trei rădăcini reale pozitive, în progresie geometrică.

SUBIECTUL al III-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 2}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$, $x \in (-2, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că funcția f este convexă pe $(-2, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$.
- 5p** a) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1) = 0$.
- 5p** b) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$ este egal cu $\frac{97\pi}{10}$.
- 5p** c) Determinați numărul $m \in (1, +\infty)$, știind că $\int_1^m (f(x) - x^2) \ln x \, dx = \frac{1}{2}$.