

**Examenul de bacalaureat național 2020**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Model**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că  $(10 - 2 \cdot 3)(10 + 2 \cdot 3) = 64$ .
- 5p 2. Se consideră  $x_1$  și  $x_2$  soluțiile ecuației  $x^2 - 7x + 10 = 0$ . Arătați că  $2(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 4$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2(x - 2020) = 2 \log_2 3$ .
- 5p 4. Un obiect costă 200 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 10%.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2, 4)$  și  $B(4, 4)$ . Calculați distanța de la punctul  $O(0, 0)$  la mijlocul segmentului  $AB$ .
- 5p 6. Arătați că  $\sin 60^\circ + \cos 150^\circ = 0$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} -2 & 9 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = \begin{pmatrix} x & -3x \\ 0 & x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det A = 4$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $B(x) \cdot B(-x) + B(x) = A$ .
- 5p c) Rezolvați în  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  ecuația  $B(1) \cdot X = A$ .
2. Pe mulțimea  $M = (0, +\infty)$  se definește legea de compoziție  $x \circ y = \frac{x^2 + y^2}{xy}$ .
- 5p a) Arătați că  $3 \circ \frac{1}{3} = \frac{82}{9}$ .
- 5p b) Demonstrați că  $x \circ y \geq 2$ , pentru orice  $x, y \in M$ .
- 5p c) Determinați  $a \in M$ , pentru care  $a^2 \circ \frac{1}{a^2} = 2$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x(x^2 - 12) + 3$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 3(x - 2)(x + 2)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) + 6}{x - 3} = 15$ .
- 5p c) Demonstrați că  $-13 \leq f(x) \leq 19$ , pentru orice  $x \in [-2, 2]$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^5 + x + 1$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_{-1}^1 (f(x) - x^5 - 1) dx = 0$ .
- 5p b) Calculați  $\int_0^1 x^{2020} (f(x) - x - 1) dx$ .
- 5p c) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{1}{x}(f(x) - x^5)$  este egal cu  $\pi \left( 2 \ln 2 + \frac{3}{2} \right)$ .