

**Examenul național de bacalaureat 2023**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Model**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați termenul  $a_1$  al progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_2 = 7$  și  $a_6 = 23$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 8x - 5$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care punctul  $A(a, 3a)$  aparține graficului funcției  $f$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_4 x + \log_4(3x) = \log_4 12$ .
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea numerelor naturale de două cifre,  $\sqrt{n}$  să fie număr natural par.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-3, 2)$ ,  $B(1, 4)$  și  $C(6, 0)$ . Determinați distanța dintre mijloacele segmentelor  $AB$  și  $OC$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $BC = 16$  și măsura unghiului  $B$  egală cu  $30^\circ$ . Arătați că aria triunghiului  $ABC$  este egală cu  $32\sqrt{3}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = \begin{pmatrix} x+1 & -3 \\ 2 & x-1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det A = 9$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $B(3) \cdot B(4) = xB(1)$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $a$  pentru care matricea  $B(a)$  este inversa matricei  $C = \frac{1}{9}A$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 + X^2 + mX - 4$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p** a) Pentru  $m = 1$ , arătați că  $f(2) = 10$ .
- 5p** b) Pentru  $m = -4$ , determinați rădăcinile polinomului  $f$ .
- 5p** c) Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul  $m$ , polinomul  $f$  **nu** are toate rădăcinile reale.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{(x + 2)^2}$ ,  $x \in (-2, +\infty)$ .
- 5p** b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{e^x} = 0$ .
- 5p** c) Demonstrați că funcția  $f$  este convexă.
2. Se consideră funcția  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 1 + \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_1^3 \left( f(x) - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) dx = 6$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_0^8 (f(x) - x - 1) dx = 4$ .

- 5p** c) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $g : [0,3] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  
 $g(x) = f(x)$ , este egal cu  $\pi \left( \frac{91}{3} + \ln 4 \right)$ .

<https://variante-mate.ro>