

EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR
iulie 2022

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Model

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

SUBIECTUL I

(60 de puncte)

1. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 + x + m = 0$, unde m este număr real nenul.
- 7p a) Arătați că, dacă una dintre soluțiile ecuației este număr întreg, atunci numărul m este întreg, divizibil cu 2.
- 8p b) Determinați numărul real nenul m pentru care $\frac{x_1^2 + 1}{x_1^3 + x_1^2} + \frac{x_2^2 + 1}{x_2^3 + x_2^2} = -\frac{1}{4}$.
2. Se consideră triunghiul ABC și semidreapta AD , bisectoarea unghiului BAC , $D \in BC$. Punctul M este mijlocul segmentului AD , iar punctele N și P sunt proiecțiile punctului M pe dreptele AB , respectiv AC .
- 7p a) Arătați că segmentele AN și AP sunt congruente.
- 8p b) Demonstrați că, dacă $AC = 3AN$, atunci triunghiul CDN este isoscel.
3. Se consideră matricele $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$ cu $\det A = 1$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ și $M(z) = A + zB$, unde z este număr complex.
- 7p a) Arătați că $\det(M(z) + M(-z)) = 8$, pentru orice număr complex z .
- 8p b) Demonstrați că, dacă $\det(M(1)) = \det(M(2))$, atunci $\det(M(z)) = 1$, pentru orice număr complex z .
4. Se consideră funcția $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^3 + 2}$.
- 7p a) Arătați că funcția f este strict descrescătoare pe $(1, +\infty)$.
- 8p b) Demonstrați că $\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{1}{18}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Următoarea secvență face parte din programa școlară de matematică pentru clasa a VIII-a.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VIII-a
1.3. Identificarea unor dependențe funcționale în diferite situații date <ul style="list-style-type: none">- Completarea unui șir numeric când regula de construire este dată explicit- Determinarea unei reguli de construire a unui șir când se cunosc câțiva termeni- Identificarea unor dependențe funcționale în diferite situații concrete- Exprimarea unor dependențe funcționale în diverse forme (tabele, grafice, formule)
2.3. Descrierea unei dependențe funcționale într-o situație dată, folosind diagrame, tabele sau formule <ul style="list-style-type: none">- Determinarea elementelor unei funcții (domeniu de definiție, mulțimea în care funcția ia valori, lege de corespondență)

<ul style="list-style-type: none"> - Corelarea elementelor unor funcții cu situații practice - Sortarea și organizarea unor date după criterii de tip dependență funcțională
<p>3.3. Reprezentarea în diverse moduri a unor funcții cu scopul caracterizării acestora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reprezentarea grafică a unor funcții numerice - Determinarea unor puncte care aparțin graficului unei funcții numerice - Determinarea intersecțiilor graficului unei funcții numerice cu axele de coordonate - Determinarea indicatorilor tendinței centrale a unui set de date
<p>4.3. Utilizarea unui limbaj specific pentru formularea unor opinii referitoare la diferite dependențe funcționale</p> <ul style="list-style-type: none"> - Formularea unor presupuneri matematice despre o funcție/despre regula de construire a unui șir - Utilizarea unor exemple sau contraexemplu pentru a susține un argument în contextul funcțiilor - Utilizarea unui limbaj specific pentru a interpreta un grafic sau o dependență funcțională - Ilustrarea grafică a indicatorilor tendinței centrale a unui set de date
<p>5.3. Analizarea unor funcții în context intra și interdisciplinar</p> <ul style="list-style-type: none"> - Determinarea coordonatelor punctului de intersecție a graficelor a două funcții și interpretarea acestora ca soluție a unui sistem de două ecuații de gradul I cu două necunoscute - Determinarea unei funcții care îndeplinește condiții date - Verificarea coliniarității a trei sau a mai multor puncte, cunoscând coordonatele lor
<p>6.3. Modelarea cu ajutorul funcțiilor a unor fenomene din viața reală</p> <ul style="list-style-type: none"> - Rezolvarea unor probleme din cotidian cu ajutorul funcțiilor - Interpretarea unor fenomene din cotidian descrise cu ajutorul funcțiilor - Interpretarea unei reprezentări grafice a indicatorilor tendinței centrale a unui set de date

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
<p>Funcții. Organizarea datelor și probabilități</p>	<p>3. FUNCȚII</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funcții definite pe mulțimi finite, exprimate cu ajutorul unor diagrame, tabele, formule; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului unor funcții numerice • Funcții de forma $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde a și b sunt numere reale și D este o mulțime finită de numere reale sau un interval nedegenerat; interpretare geometrică; lecturi grafice • Elemente de statistică: indicatorii tendinței centrale (frecvență, medie, mediană, mod și amplitudine a unui set de date)

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Pentru o evaluare la finalul unității de învățare „Funcții”, a trei dintre competențele specifice precizate în secvența de mai sus, elaborați trei itemi: un item de tip alegere multiplă, un item de tip întrebare structurată și un item de tip rezolvare de probleme.

În elaborarea itemilor se vor avea în vedere următoarele aspecte:

- menționarea competenței specifice evaluate;
- respectarea formatului fiecărui item elaborat;
- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) pentru fiecare dintre itemii elaborați;
- corectitudinea științifică a informației de specialitate.