

Exerciții rezolvate cu permutări, aranjamente, combinări

Ex.1.

Să se calculeze $C_3^2 + 3!$.

Variante M2 bac 2009

Ex.2.

Să se calculeze $A_4^4 + C_4^4$.

Variante M2 bac 2009

Ex.3.

Să se determine numărul natural n , $n \geq 1$ știind că $A_n^1 + C_n^1 = 10$.

Variante M2 bac 2009

Ex.4.

Să se demonstreze că numărul $\frac{8!}{3! \cdot 5!} - \frac{9!}{2! \cdot 7!}$ este natural.

Variante M2 bac 2009

Ex.5.

Să se rezolve inecuația $2C_n^2 \leq n + 8$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

Variante M2 bac 2009

Ex.6.

Câte numere naturale de trei cifre distințe se pot forma cu elemente ale mulțimii $\{2, 4, 6, 8\}$?

Variante M1 bac 2009

Ex.7.

Câte numere naturale de patru cifre distințe se pot forma cu cifre din mulțimea $\{1, 3, 5, 7, 9\}$?

Variante M1 bac 2009

Ex.8.

Să se arate că $C_{17}^3 > C_{17}^{15}$

Variante M1 bac 2009

Ex.9.

Se consideră mulțimea $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Să se determine numărul tripletelor (a, b, c) cu proprietatea că $a, b, c \in M$ și $a < b < c$.

Variante M1 bac 2009

Rezolvări

Ex.1.

$$C_3^2 + 3! = \frac{3!}{2! \cdot 1!} + 1 \cdot 2 \cdot 3 = 3 + 6 = 9$$

Ex.2.

$$A_4^4 = \frac{4!}{(4-4)!} = 24 \text{ iar } C_4^4 = \frac{4!}{4!(4-4)!} = 1$$

$$A_4^4 + C_4^4 = 24 + 1 = 25.$$

Ex.3.

$$A_n^1 = \frac{n!}{(n-1)!} = n \text{ și } C_n^1 = \frac{n!}{1!(n-1)!} = n.$$

$n+n=10$ deci $n=5$

Ex.4.

$$\frac{8!}{3! \cdot 5!} - \frac{9!}{2! \cdot 7!} = 56 - 36 = 20 \in \mathbb{N}.$$

Ex.5.

$$2 \cdot \frac{n!}{2!(n-2)!} \leq n+8 \Rightarrow n^2 - 2n - 8 \leq 0 \Rightarrow n \in [-2, 4] \cap [2, +\infty) \cap \mathbb{N} \Rightarrow n \in \{2, 3, 4\}$$

Ex.6.

Se pot forma $A_4^3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ numere.

Ex.7.

$$A_5^4 = \frac{5!}{(5-4)!} = 120.$$

Ex.8.

$$C_{17}^3 = \frac{17!}{3! \cdot 14!} = 680 \text{ iar } C_{17}^{15} = \frac{17!}{15! \cdot 2!} = 136. \text{ Evident avem } C_{17}^3 > C_{17}^{15}.$$

Ex.9.

Numărul cerut este egal cu numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimii M.

$$\text{Acesta este } C_6^3 = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20.$$