Ministerul Educaţiei Naţionale
Centrul Naţional de Evaluare şi Examinare

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Anul şcolar 2014 - 2015

Matematică

Model

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $10+100:2$ este egal cu … .

5p **2.** Patru pixuri de acelaşi fel costă 20 de lei. Opt astfel de pixuri costă ... lei.

5p **3.** Dacă $A=\{2, 3, 4, 5\}$ şi $B=\{0, 1, 2\}$, atunci mulţimea $A\cap B$ este egală cu $\{...\}$.

5p **4.** Pătratul $ABCD$ are latura de 5 cm. Aria pătratului $ABCD$ este egală cu ... cm^2.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o sferă cu raza de 3 cm. Volumul sferei este egal cu … $\pi\, cm^3$.

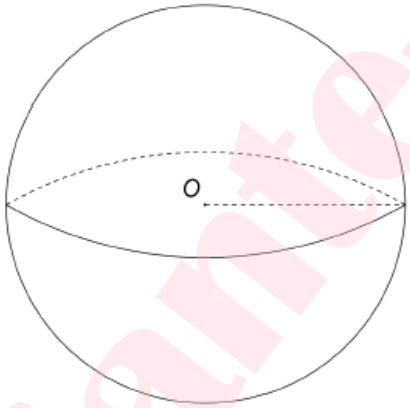
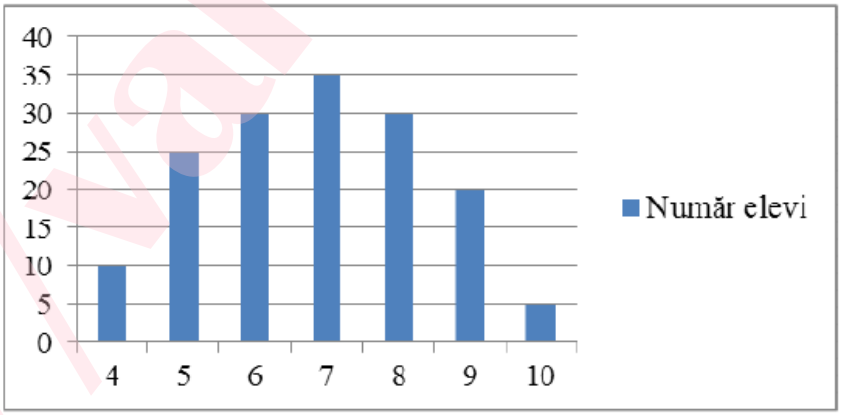


Figura 1

5p **6.** În graficul de mai jos este prezentată repartiţia elevilor claselor a VIII-a dintr-o şcoală, în funcţie de notele obţinute la teza de matematică pe semestrul I.



Numărul elevilor care au obţinut nota 9 este egal cu … .

Soluţii

Subiectul1

1. $10+100:2=10+50=60$

Raspuns:60

2. 40 lei

Raspuns:40

3. $A\cap B=\{2\}$

Raspuns:2

4. $Aria = l^2 = 5^2 cm^2 = 25cm^2$

Raspuns:25

5.Volumul sferei este $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi 3^3}{3} = 36\pi$

Raspuns:36

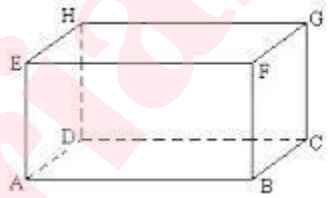
6. Raspuns:20

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p	**1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$.
5p	**2.** Calculaţi media aritmetică a numerelor reale $x = 2\left(4-\sqrt{7}\right)$ şi $y = 2\sqrt{7}$.
5p	**3.** Un autoturism a parcurs un traseu în două zile. În prima zi autoturismul a parcurs 30% din lungimea traseului, iar în a doua zi autoturismul a parcurs restul de 350 km. Calculaţi lungimea întregului traseu.
	4. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = ax+3$, unde a este un număr real.
5p	**a)** Determinaţi numărul real a, ştiind că $f(-3)=0$.
5p	**b)** Pentru $a=1$, arătaţi ca triunghiul OAB este isoscel, unde A şi B sunt punctele de intersecţie a graficului funcţiei f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de coordonate xOy.
5p	**5.** Se consideră expresia $E(x) = \frac{(x+1)^2-4}{x} : \frac{x^2-x}{x^2}$, unde x este număr real, $x \neq 0$ şi $x \neq 1$. Determinaţi numărul real m, $m \neq 0$ şi $m \neq 1$, ştiind că $E(m) = 5$.

Subiectul 2

1.



2. $m = \frac{x+y}{2} = \frac{8-2\sqrt{7}+2\sqrt{7}}{2} = 4$

3.Notăm cu x lungimea intregului traseu.

Se obţine ecuaţia:

$\frac{30}{100}x + 350 = x$

$\frac{3x}{10} + 350 = x$

$3x + 3500 = 10x$

$7x = 3500$

$x = \frac{3500}{7} = 500km$

4.a) $f(-3) = -3a + 3 = 0$

$-3a = -3$

$a = 1$

b) $f(x) = x+3$

Pentru a afla intersecţia unui grafic cu axa Ox se rezolvă ecuaţia $f(x)=0$

$x+3=0 \Rightarrow x=-3$

$\Rightarrow G_f \cap Ox = \{A(-3,0)\}$

$\Rightarrow OA=3$

Pentru a afla intersecţia graficului cu axa Oy se calculează $f(0)$.

$f(0)=0+3=3$

$\Rightarrow G_f \cap Oy = \{B(0,3)\}$

$\Rightarrow OB=3$

$OA=OB$ deci triunghiul OAB este isoscel.

5.Se aduce expresia $E(x)$ la forma cea mai simplă.

$$E(x)=\frac{(x+1-2)(x+1+2)}{x}\cdot\frac{x^2}{x(x-1)}=\frac{(x-1)(x+3)}{x}\cdot\frac{x^2}{x(x-1)}=x+3, \forall x\in R\setminus\{0,1\}$$

$E(m)=m+3=5 \Rightarrow m=2$

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

1. *Figura 2* este schiţa unui patinoar în formă de dreptunghi $ABCD$, cu lungimea $AD = 30\sqrt{3}$ m şi lăţimea $AB = 30$ m. Un patinator porneşte din punctul M situat pe latura AB astfel încât $BM = 10$ m şi patinează paralel cu diagonalele dreptunghiului atingând latura BC în N, latura CD în P, latura DA în Q şi se întoarce în punctul M.

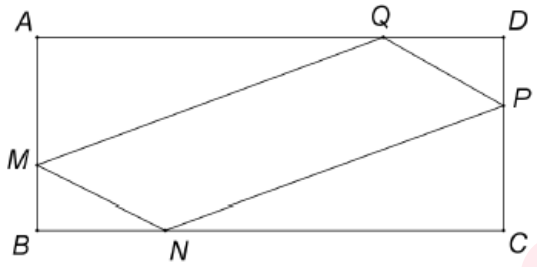


Figura 2

5p **a)** Calculaţi aria dreptunghiului $ABCD$.

5p **b)** Arătaţi că $m(\sphericalangle NMQ) = 60°$.

5p **c)** Arătaţi că distanţa parcursă de patinator pe traseul $M \to N \to P \to Q \to M$ este egală cu 120 m.

2. În *Figura 3* este reprezentat un con circular drept cu înălţimea VO, $VO = 12$ cm. Segmentul AB este diametru al bazei conului şi $VA = 15$ cm.

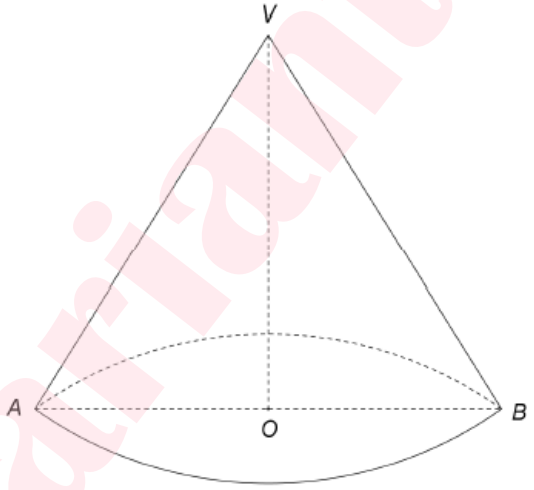


Figura 3

5p **a)** Arătaţi că volumul conului circular drept este egal cu 324π cm^3.

5p **b)** Calculaţi valoarea sinusului unghiului format de generatoarea conului cu planul bazei.

5p **c)** Conul se secţionează cu un plan paralel cu planul bazei astfel încât aria secţiunii formate este egală cu 9π cm^2. Determinaţi distanţa de la punctul V la planul de secţiune.

Subiectul 3

1.a) $A_{ABCD} = L \cdot l = 30\sqrt{3} \cdot 30 = 900\sqrt{3} m^2$

b) $MN \parallel AC$, $MQ \parallel BD$ $\Rightarrow m(< NMQ) = m(< COD)$ unde O este punctul de intersecţie al diagonalelor.

ΔABC este dreptunghic in B.

Din teorema lui Pitagora obţinem:

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 30^2 + \left(30\sqrt{3}\right)^2$

$AC^2 = 900 + 2700$

$AC^2 = 3600$

$AC = BD = 60m$

$OC = OD = CD = 30m$ deci triunghiul OCD este echilateral.

$\Rightarrow m(< NMQ) = 60^0$

c) $MN \parallel AC \Rightarrow \Delta BMN \sim \Delta BAC \Rightarrow \frac{BM}{BA} = \frac{MN}{AC} \Rightarrow \frac{10}{30} = \frac{MN}{60} \Rightarrow MN = \frac{60 \cdot 10}{30} = 20m$

$MQ \parallel BD \Rightarrow \Delta AMQ \sim \Delta ABD \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MQ}{BD} \Rightarrow \frac{20}{30} = \frac{MQ}{60} \Rightarrow MQ = \frac{20 \cdot 60}{30} = 40m$

$MNPQ$ este paralelogram $\Rightarrow MN + NP + PQ + QM = 20 + 40 + 20 + 40 = 120m$

2.a) Se calculează raza bazei din triunghiul dreptunghic VOA cu unghiul $< O = 90^0$

$VO^2 + OA^2 = VA^2$

$12^2 + R^2 = 15^2$

$144 + R^2 = 225$

$R^2 = 81$

$R = 9$

Se calculează volumul conului $V = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi \cdot 9^2 \cdot 12}{3} = 324\pi cm^3$

b)Notăm cu α planul bazei.

$VO \perp \alpha \Rightarrow m(<(VA, \alpha)) = m(< VAO)$

$\sin(< VAO) = \frac{VO}{VA} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

c)Fie O' centrul cercului de secţiune şi $A'B'$ un diametru al cercului de secţiune paralel cu AB.
Din aria cercului de secţiune obţinem raza lui astfel:

$\pi r^2 = 9\pi \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3cm$

$O'A' \parallel OA \Rightarrow \Delta VO'A' \sim \Delta VOA$

$\Rightarrow \frac{VO'}{VO} = \frac{A'O'}{AO} \Rightarrow \frac{VO'}{12} = \frac{3}{9} \Rightarrow VO' = \frac{12 \cdot 3}{9} = 4cm$