Ministerul Educaţiei Naţionale
Centrul Naţional de Evaluare şi Examinare

Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătaţi că $3\left(4-\sqrt{3}\right)+3\sqrt{3}=12$.
5p	**2.** Calculaţi $f(-4)+f(4)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-16$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(x-2)^2-x^2+8=0$.
5p	**4.** Preţul unui obiect este 100 de lei. Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 30%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$ şi $B(2,1)$. Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
5p	**6.** Calculaţi $\cos A$, ştiind că $\sin A=\frac{1}{2}$ şi unghiul A este ascuţit.

Soluţii

Subiectul1

1. $3\left(4-\sqrt{3}\right)+3\sqrt{3}=12-3\sqrt{3}+3\sqrt{3}=12$

2. $f(-4)=(-4)^2-16=16-16=0$

$f(4)=4^2-16=16-16=0$

$f(-4)+f(4)=0+0=0$

3. $(x-2)^2=x^2-4x+4$

Ecuaţia dată devine:

$x^2-4x+4-x^2+8=0$

$-4x+12=0$

$-4x=-12$

$x=3$

4. Ieftinirea este $\frac{30}{100}\cdot 100=30$ lei.

Preţul final al obiectului este 100 -30=70 lei.

5. Se foloseşte formula $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$AB=\sqrt{(2-2)^2+(1-4)^2}=\sqrt{0+9}=3$.

6. Se foloseşte formula fundamentală a trigonometriei $\sin^2 x+\cos^2 x=1, \forall x\in R$.

$\sin^2 A+\cos^2 A=1\Rightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cos^2 A=1\Rightarrow\cos^2 A=1-\frac{1}{4}\Rightarrow\cos^2 A=\frac{3}{4}\Rightarrow\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}b & 1\\ 0 & b\end{pmatrix}$, unde b este număr real.

5p **a)** Calculaţi $\det A$.

5p **b)** Determinaţi numărul real b pentru care $A\cdot B=2I_2$.

5p **c)** Determinaţi numărul real b pentru care $\det(A+B)=0$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2+2X$.

5p **a)** Calculaţi $f(1)$.

5p **b)** Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la $X-2$.

5p **c)** Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, unde x_1,x_2,x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul 2

1.a) $\det A=\begin{vmatrix}2 & -2\\ 0 & 2\end{vmatrix}=4-0=4$

b) $A\cdot B=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 0 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}b & 1\\ 0 & b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2b & 2-2b\\ 0 & 2b\end{pmatrix}$

$\Rightarrow\begin{pmatrix}2b & 2-2b\\ 0 & 2b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$

$\Rightarrow b=1$

c) $A+B=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 0 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}b & 1\\ 0 & b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2+b & -1\\ 0 & 2+b\end{pmatrix}$

$\det(A+B)=\begin{vmatrix}2+b & -1\\ 0 & 2+b\end{vmatrix}=(2+b)^2$

$\Rightarrow(2+b)^2=0\Rightarrow b=-2$

2.a) $f(1)=1^3-3\cdot1^2+2\cdot1=1-3+2=0$

b)Se poate folosi schema lui Horner:

	X^3	X^2	X^1	X^0
	1	-3	2	0
2	1	-1	0	0

Restul impărţirii

Coeficienţii catului

Se obţine catul egal cu X^2-X şi restul egal cu 0

c)Relaţiile lui Viete sunt $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{-3}{1}=3\\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=\dfrac{c}{a}=\dfrac{2}{1}=2\\ x_1x_2x_3=-\dfrac{d}{a}=0\end{cases}$

Se foloseşte formula

$(x_1+x_2+x_3)^2 = x_1^2+x_2^2+x_3^2+2(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)$

$\Rightarrow 3^2 = x_1^2+x_2^2+x_3^2+2\cdot 2$

$\Rightarrow x_1^2+x_2^2+x_3^2 = 9-4=5$

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+2)^3$.
5p	**a)** Verificaţi dacă $f'(x)=3x^2+12x+12$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.
5p	**c)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{x^2}$.
	2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+1$.
5p	**a)** Verificaţi dacă funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{x^3}{3}+x$ este o primitivă a funcţiei f.
5p	**b)** Calculaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie $x=0$ şi $x=1$.
5p	**c)** Arătaţi că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx=\frac{3}{2}+\ln 2$.

Subiectul 3

1.a) Se foloseşte formula $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(x+2)^3 = x^3+3x^2\cdot 2+3x\cdot 2^2+2^3$

$(x+2)^3 = x^3+6x^2+12x+8$

$\Rightarrow f'(x)=(x^3+6x^2+12x+8)' = 3x^2+12x+12, \forall x\in R$

b) $f'(x)=3x^2+12x+12=3(x^2+4x+4)=3(x+2)^2\geq 0, \forall x\in R$

rezultă că funcţia este crescătoare pe **R**.

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x^2+12x+12}{x^2}\overset{\left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{=}\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(3x^2+12x+12)'}{(x^2)'}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{6x+12}{2x}\overset{\left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{=}\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(6x+12)'}{(2x)'}=\frac{6}{2}=3$

S-a folosit mai sus regula lui l'Hospital.

2.a) $F'(x)=\left(\frac{x^3}{3}+x\right)'=x^2+1=f(x), \forall x\in R$ de unde rezultă că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

b)Funcţia f este pozitivă.

$Aria=\int_0^1 f(x)dx=F(x)\Big|_0^1=\left(\frac{x^3}{3}+x\right)\Big|_0^1=\left(\frac{1^3}{3}+1\right)-\left(\frac{0^3}{3}+0\right)=\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}$

In calculul de mai sus s-a folosit formula Leibniz-Newton.

c) $\int_1^2\frac{f(x)}{x}dx=\int_1^2\frac{x^2+1}{x}dx=\int_1^2\left(x+\frac{1}{x}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}+\ln x\right)\Big|_1^2=\left(\frac{2^2}{2}+\ln 2\right)-\left(\frac{1^2}{2}+\ln 1\right)=2+\ln 2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}+\ln 2$