Ministerul Educaţiei Naţionale şi Cercetării Ştiinţifice
Centrul Naţional de Evaluare şi Examinare

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2015 - 2016

Matematică

Varianta 07

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $10 \cdot 5 - 50$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă $\frac{a}{16} = \frac{7}{8}$, atunci a este egal cu … .

5p **3.** Cel mai mare număr natural care aparţine intervalului $(2, 6]$ este egal cu … .

5p **4.** Pătratul $ABCD$ are latura de 3 cm. Perimetrul acestui pătrat este egal cu … cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Măsura unghiului determinat de dreptele AB şi AD este egală cu … °.

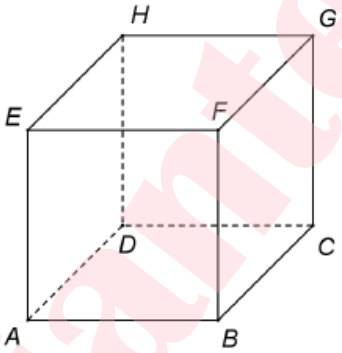
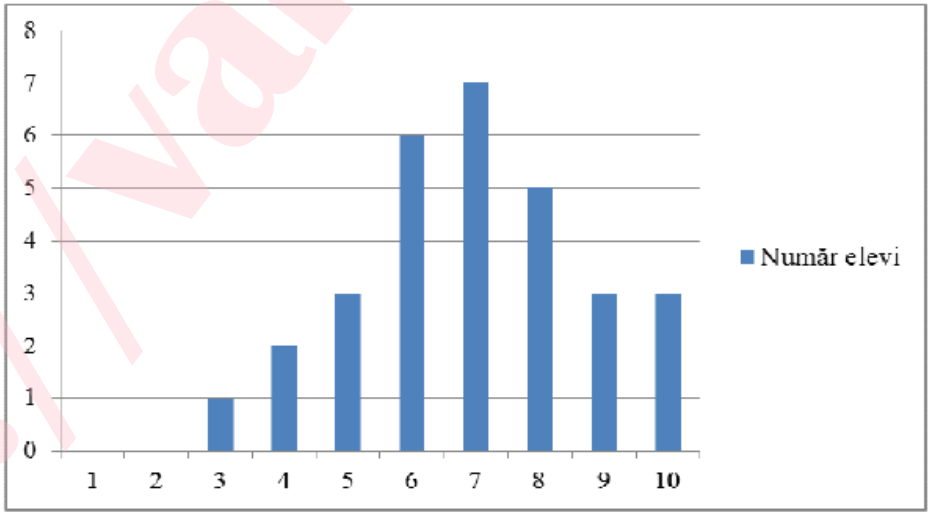


Figura 1

5p **6.** În diagrama de mai jos este prezentată repartiţia notelor obţinute la un test la matematică, de elevii unei clase a VIII-a dintr-o şcoală.



Conform diagramei, numărul elevilor care au obţinut nota 5 la acest test este egal cu … .

Soluţii

Subiectul1

1. $10 \cdot 5 - 50 = 50 - 50 = 0$

Răspuns: 0

2. $a=\frac{16\cdot 7}{8}=2\cdot 7=14$

Răspuns:14

3.Intervalul este inchis in partea dreaptă deci conţine numărul natural 6.

Răspuns:6

4. $P=4\cdot l=4\cdot 3=12cm$

Răspuns:12

5.Răspuns: 90^0

6. Răspuns:3 elevi

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$.
5p	**2.** Știind că $x=\sqrt{3}$ și $y=\frac{1}{\sqrt{3}}$, arătați că $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{10}{3}$.
5p	**3.** În vacanță, Mihai a economisit o sumă de bani. După ce a cheltuit două cincimi din această sumă, lui Mihai i-au mai rămas 72 de lei. Calculați suma de bani pe care a economisit-o Mihai în vacanță.
	4. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$.
5p	**a)** Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy.
5p	**b)** Calculați aria triunghiului determinat de graficul funcției f și axele sistemului de coordonate xOy.
5p	**5.** Se consideră expresia $E(x)=\left(1+\frac{1}{x-2}-\frac{2}{x+2}\right):\frac{1}{x^2-4}-x(x-1)$, unde x este număr real, $x\neq -2$ şi $x\neq 2$. Arătaţi că $E(x)=2$, pentru orice x număr real, $x\neq -2$ şi $x\neq 2$.

Subiectul 2

1.

2. $\frac{x}{y}=\frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{1}=3$

$\frac{y}{x}=\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1}{3}$

$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=3+\frac{1}{3}=\frac{9}{3}+\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$

3.Notăm cu x suma de bani pe care a economisit-o Mihai in vacanţă.

Se formează ecuaţia $\frac{2}{5}x+72=x$

Se aduce la acelaşi numitor şi se elimină numitorul

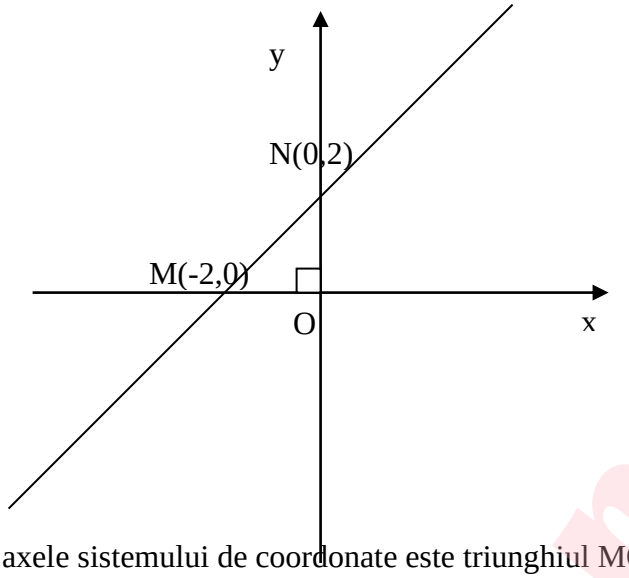
$2x+360=5x$

$3x=360$

$x=\frac{360}{3}=120lei$

4.a) $f(-2)=-2+2=0\Rightarrow M(-2,0)$

$f(0)=0+2=2 \Rightarrow N(0,2)$



b)Triunghiul format de grafic cu axele sistemului de coordonate este triunghiul MON.

ΔMON este dreptunghic in O.

$OM=2$

$ON=2$

$Aria_{\Delta MON}=\frac{OM\cdot ON}{2}=\frac{2\cdot 2}{2}=2$

5. $1+\frac{1}{x-2}-\frac{2}{x+2}=\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)}+\frac{x+2}{(x-2)(x+2)}-\frac{2(x-2)}{(x-2)(x+2)}=\frac{x^2-4+x+2-2x+4}{(x-2)(x+2)}=\frac{x^2-x+2}{(x-2)(x+2)}$

Folosind formula $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ obținem că $x^2-4=(x-2)(x+2)$.

$E(x)=\frac{x^2-x+2}{(x-2)(x+2)}\cdot\frac{(x-2)(x+2)}{1}-x(x-1)=x^2-x+2-x^2+x=2$ pentru orice număr real $x\neq 2$ şi $x\neq -2$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. *Figura 2* este schiţa unui teren. Triunghiul ABC este echilateral cu $AB = 18$ m şi punctul D este situat pe dreapta BC astfel încât triunghiul ACD este obtuzunghic, cu $CD = 9$ m. Punctul E este situat pe segmentul AD, astfel încât $\sphericalangle ACE \equiv \sphericalangle DCE$.

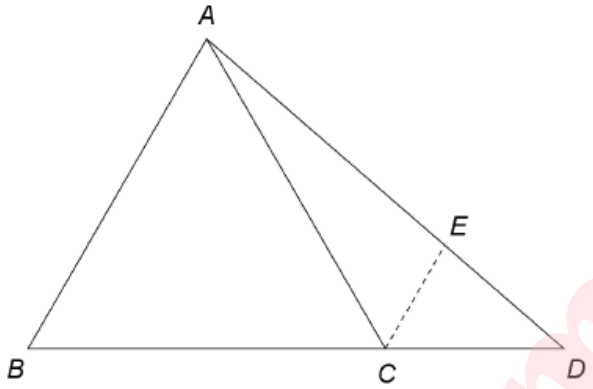


Figura 2

5p **a)** Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu $81\sqrt{3}\,\text{m}^2$.

5p **b)** Demonstraţi că dreptele EC şi AB sunt paralele.

5p **c)** Arătaţi că triunghiul EAC are perimetrul egal cu $6\left(4+\sqrt{7}\right)$ m.

2. În *Figura 3* este reprezentată o prismă dreaptă $ABCDEF$, cu baza triunghi echilateral, $AB = 10$ cm şi $AD = 10\sqrt{3}$ cm. Punctele M şi N sunt mijloacele segmentelor AD, respectiv BE.

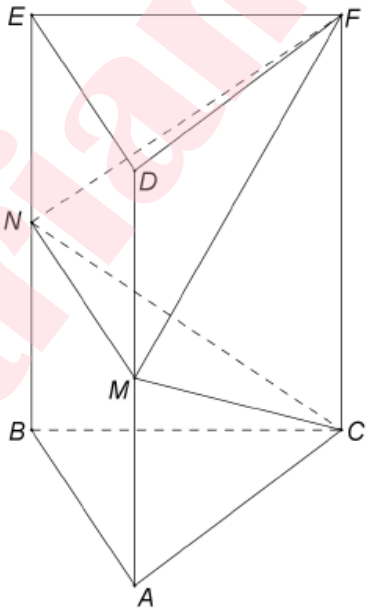


Figura 3

5p **a)** Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30 cm.

5p **b)** Arătaţi că aria laterală a prismei este mai mică decât $525\ \text{cm}^2$.

5p **c)** Demonstraţi că planele (CMN) şi (FMN) sunt perpendiculare.

Subiectul 3

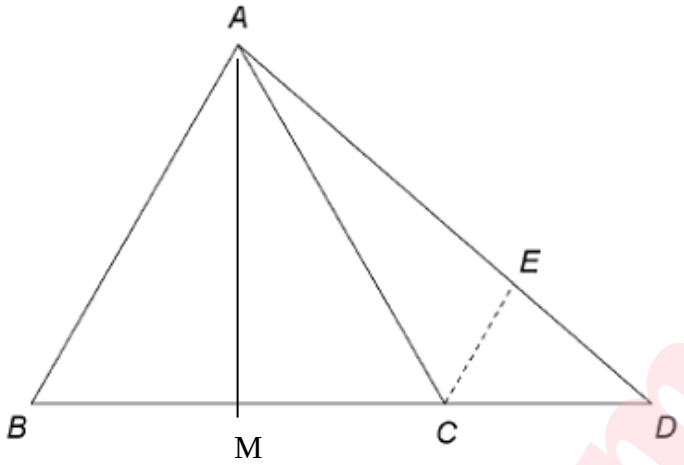
1.a) Aria triunghiului echilateral se calculează cu formula $A = \dfrac{l^2\sqrt{3}}{4}$

$$A_{\Delta ABC} = \frac{18^2\sqrt{3}}{4} = \frac{324\sqrt{3}}{4} = 81\sqrt{3}m^2$$

b) $m(<ACD)=120^0 \Rightarrow m(<ACE)=60^0$

$<ACE \equiv <BAC$ şi unghiurile $<ACE$ şi $<BAC$ sunt alterne interne de unde rezultă că $EC \parallel AB$.

c)



$AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{18\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}m$

ΔAMD este dreptunghic in M

$MD = MC + CD = 9 + 9 = 18m$

$AD^2 = AM^2 + MD^2$

$AD^2 = \left(9\sqrt{3}\right)^2 + 18^2 = 243 + 324 = 567$

$AD = \sqrt{567} = 9\sqrt{7}m$

$CE \parallel AB \Rightarrow \Delta DEC \sim \Delta DAB \Rightarrow \frac{DE}{DA} = \frac{EC}{AB} = \frac{DC}{DB}$

$\frac{DE}{9\sqrt{7}} = \frac{EC}{18} = \frac{9}{27}$

$\frac{DE}{9\sqrt{7}} = \frac{9}{27} \Rightarrow DE = \frac{9\sqrt{7}\cdot 9}{27} = 3\sqrt{7}m$

$\frac{EC}{18} = \frac{9}{27} \Rightarrow EC = \frac{18\cdot 9}{27} = 6m$

$AE = AD - ED = 9\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 6\sqrt{7}m$

$P_{\Delta EAC} = AC + CE + EA = 18 + 6 + 6\sqrt{7} = 24 + 6\sqrt{7} = 6\left(4 + \sqrt{7}\right)m$

2.a) $P_{\Delta ABC} = 3\cdot AB = 3\cdot 10 = 30cm$

b) $A_{laterala} = P_b \cdot h = P_{\Delta ABC}\cdot AD = 30\cdot 10\sqrt{3} = 300\sqrt{3}cm^2$

$300\sqrt{3} < 525 \Leftrightarrow 4\sqrt{3} < 7 \Leftrightarrow 48 < 49$

Deducem că $A_{laterala} < 525cm^2$

c)Triunghiurile dreptunghice MAC şi NBC sunt congruente (CC) deci $MC \equiv NC$.

Rezultă că ΔCMN este isoscel.

Analog se demonstrează că ΔFMN este isoscel cu $MF \equiv NF$.

Dreapta comună a planelor (CMN) şi (FMN) este dreapta MN.

Fie O mijlocul segmentului (MN).

$$\left.\begin{array}{l} CO \perp MN, CO \subset (CMN) \\ FO \perp MN, FO \subset (FMN) \end{array}\right\} \Rightarrow m\left(<\left((CMN),(FMN)\right)\right) = m(<COF)$$

Din triunghiul FEN dreptunghic in E calculăm ipotenuza FN astfel:

$EF = 10$

$EN = 5\sqrt{3}$

$FN^2 = 10^2 + \left(5\sqrt{3}\right)^2 = 100 + 75 = 175$

$FN = \sqrt{175} = 5\sqrt{7}cm$

$FN = FM = 5\sqrt{7}cm$

Din triunghiul FON dreptunghic in O calculăm cateta FO astfel:

$FO^2 = FN^2 - NO^2 = \left(5\sqrt{7}\right)^2 - 5^2 = 175 - 25 = 150$

$FO = \sqrt{150} = 5\sqrt{6}cm$

Analog $CO = 5\sqrt{6}cm$

$FC = 10\sqrt{3}cm$

$$\left.\begin{array}{l} FO^2 = 150 \\ CO^2 = 150 \\ FC^2 = 300 \end{array}\right\} \Rightarrow FO^2 + CO^2 = FC^2$$

Conform reciprocei teoremei lui Pitagora rezultă că triunghiul COF este dreptunghic in O.

$m(< COF) = 90^0$

$\Rightarrow m\left(< \left((CMN),(FMN)\right)\right) = 90^0$

deci planele (CMN) şi (FMN) sunt perpendiculare.