

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2013 - 2014
Matematică

Varianta 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p** 1. Rezultatul calculului $12 - 6 \cdot 2$ este egal cu
- 5p** 2. Dacă 10 reprezintă 50% dintr-un număr, atunci numărul este egal cu
- 5p** 3. Cel mai mare număr natural n pentru care $n \leq 8$ este egal cu
- 5p** 4. Rombul $ABCD$ are diagonalele de 6 cm și, respectiv, de 8 cm. Aria rombului $ABCD$ este egală cu ... cm^2 .
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat $ABCD$ în care $AB = 8$ cm. Suma tuturor muchiilor tetraedrului $ABCD$ este egală cu ... cm.

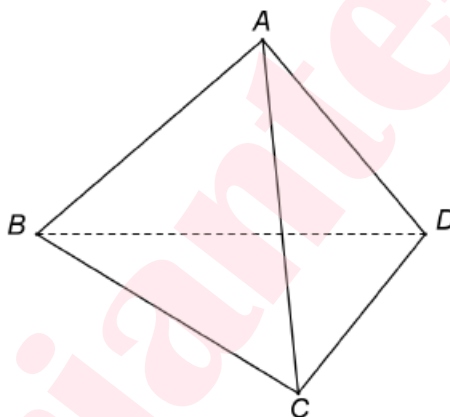
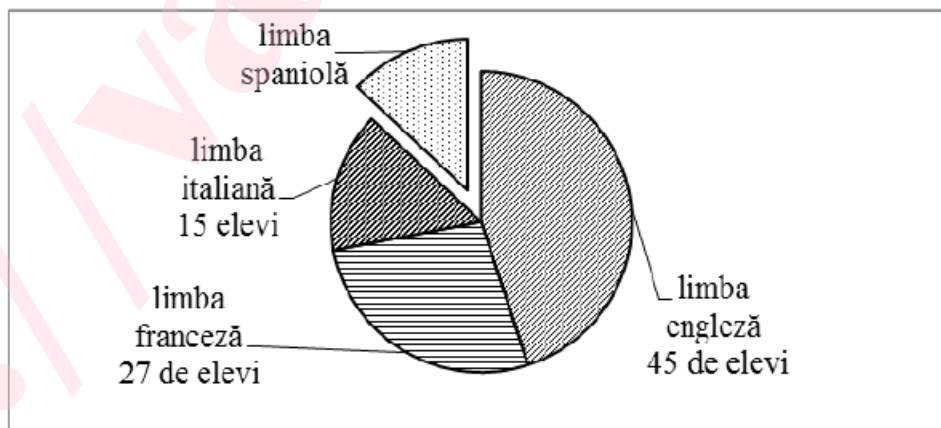


Figura 1

- 5p** 6. În diagrama de mai jos sunt prezentate opțiunile celor 100 de elevi din clasele a V-a ale unei școli, opțiuni referitoare la studiul limbilor moderne.



Numărul elevilor din clasa a V-a care optează pentru studiul limbii spaniole este egal cu

Soluții

Subiectul 1

1.0

2.20

3.8
4.24
5.48
6.13

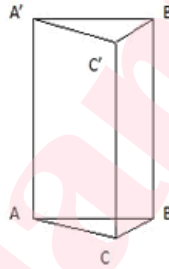
SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghi echilateral.
- 5p** 2. Calculați media geometrică a numerelor $a = 2^3 + 1$ și $b = 3 + 3 : 3$.
- 5p** 3. Ion parcurge cu autocarul un drum în trei zile. În prima zi a parcurs 20% din drum, în a doua zi 30% din rest și în a treia zi ultimii 560 de kilometri din drum. Determinați lungimea drumului parcurs de Ion în cele 3 zile.
4. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$.
- 5p** a) Calculați $f(2)$.
- 5p** b) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .
- 5p** 5. Se consideră expresia $E(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x(x+2)} : \left(1 + \frac{2}{x}\right)$, unde x este număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 0$.
Arătați că $E(x) = 1$ pentru orice x număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 0$.

Subiectul 2

1.



$$2. a = 8 + 1 = 9$$

$$b = 3 + 1 = 4$$

$$m_g = \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{36} = 6$$

3. Notăm cu x lungimea drumului.

$$1 \text{ zi ... } \frac{20}{100}x$$

$$2 \text{ zi ... } \frac{30}{100} \left(x - \frac{20}{100}x \right)$$

$$3 \text{ zi ... } 560 \text{ km}$$

$$\text{Se obține ecuația } \frac{20}{100}x + \frac{30}{100} \left(x - \frac{20}{100}x \right) + 560 = x$$

$$\frac{x}{5} + \frac{3}{10} \left(x - \frac{x}{5} \right) + 560 = x$$

$$\frac{x}{5} + \frac{3x}{10} - \frac{3x}{50} + 560 = x$$

$$10x + 15x - 3x + 28000 = 50x$$

$$22x + 28000 = 50x$$

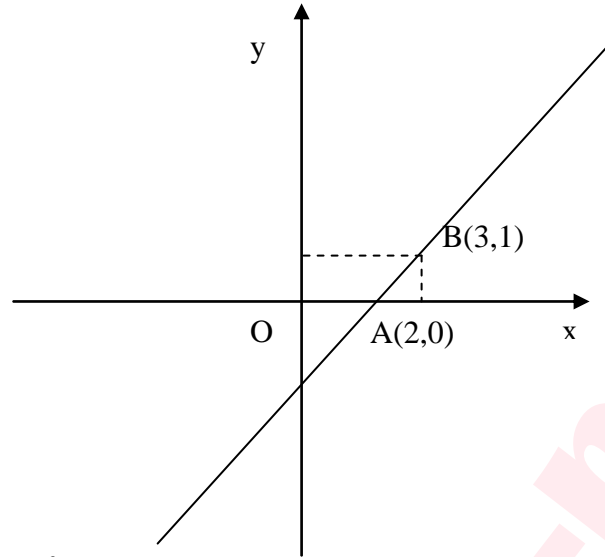
$$28x = 28000$$

$$x = 1000 \text{ km}$$

4.a) $f(2) = 2 - 2 = 0$

b) $f(2) = 2 - 2 = 0 \Rightarrow A(2,0) \in G_f$

$f(3) = 3 - 2 = 1 \Rightarrow B(3,1) \in G_f$



5. $E(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x(x+2)} : \frac{x+2}{x} = \frac{(x+2)^2}{x(x+2)} \cdot \frac{x}{x+2} = 1, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0\}$

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

1. *Figura 2* reprezintă schița unui covor în formă de dreptunghi $ABCD$. Modelul covorului, prezentat în figură, este format de triunghiurile AOB , BOC , COD și DOA . Punctul O este situat în interiorul dreptunghiului $ABCD$ astfel încât triunghiul AOD este echilateral, $AD = 2\text{m}$ și $m(\sphericalangle BOC) = 2m(\sphericalangle AOD)$.

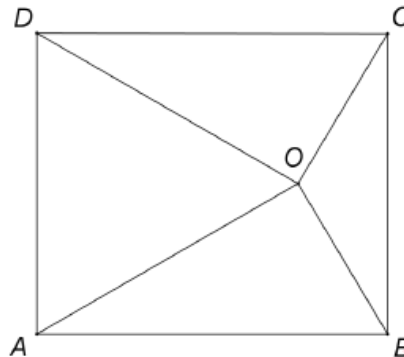


Figura 2

5p a) Calculați perimetrul triunghiului AOD .

5p b) Arătați că distanța de la punctul O la latura BC este egală cu $\frac{\sqrt{3}}{3}\text{m}$.

5p c) Arătați că lungimea conturului covorului este mai mică decât 9m .

2. În *Figura 3* este reprezentată schematic o cutie de carton cu capac, în formă de prismă dreaptă $ABCDEFGH$ cu baza $ABCD$ pătrat, $AB = 20\text{cm}$ și $AE = 10\text{cm}$. Punctul O este mijlocul segmentului EG și punctul M este situat pe BO astfel încât distanța CM să fie minimă.

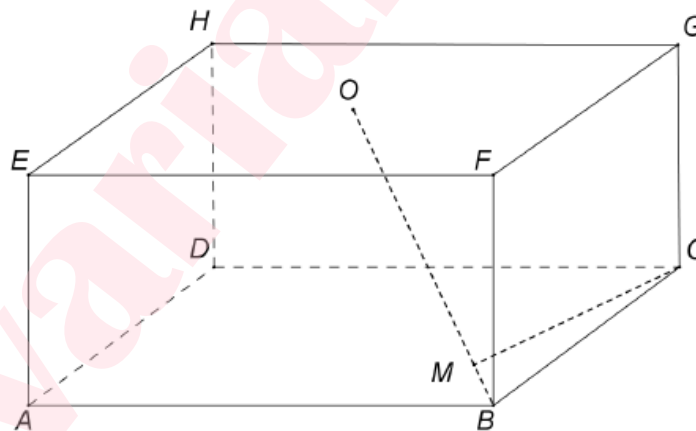


Figura 3

5p a) Calculați volumul cutiei.

5p b) Aria suprafeței cartonului folosit pentru confecționarea cutiei reprezintă 110% din aria totală a cutiei. Determinați câți centimetri pătrați de carton au fost folosiți pentru confecționarea cutiei.

5p c) Arătați că $CM = \frac{20\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.

Subiectul 3

1.a) $P = 3l = 3 \cdot 2m = 6m$

b) $\left. \begin{array}{l} DO \equiv AO \\ DC \equiv AB \\ \sphericalangle ODC \equiv \sphericalangle OAB \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ODC \equiv \Delta OAB \Rightarrow OC \equiv OB$

$\triangle COB$ este isoscel $m(\angle OCB) = m(\angle OBC) = 30^\circ$

Fie M mijlocul segmentului BC.

$$BM = 1m$$

În triunghiul dreptunghic BOM avem:

$$\operatorname{tg}(\angle OBM) = \frac{OM}{BM}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{OM}{1}$$

$$OM = \frac{\sqrt{3}}{3}m$$

c) Fie N mijlocul segmentului AD.

$$ON = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}m$$

$$MN = ON + OM = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$AB = MN = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$P_{ABCD} = 2 \left(2 + \frac{4\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{12 + 8\sqrt{3}}{3}m$$

$$\frac{12 + 8\sqrt{3}}{3} < 9 \Leftrightarrow 8\sqrt{3} < 15 \Leftrightarrow \sqrt{192} < \sqrt{225}$$

adevarat.

$$2.a) V = L \cdot l \cdot h = 20 \cdot 20 \cdot 10 = 4000 \text{ cm}^3$$

$$b) A_{\text{totala_cutie}} = 2(L \cdot l + L \cdot h + l \cdot h) = 2(20 \cdot 20 + 20 \cdot 10 + 20 \cdot 10) = 1600 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{carton}} = \frac{110}{100} \cdot A_{\text{totala_cutie}} = \frac{110}{100} \cdot 1600 \text{ cm}^2 = 1760 \text{ cm}^2$$

c) În triunghiul OBC avem

$$A_{\triangle OBC} = \frac{OB \cdot MC}{2} = \frac{BC \cdot d(O, BC)}{2} \Rightarrow OB \cdot MC = BC \cdot d(O, BC) \quad (*)$$

Fie O' centrul bazei ABCD.

$$OO' = AE = 10 \text{ cm}$$

$$O'B = \frac{BD}{2} = \frac{20\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$OB^2 = OO'^2 + O'B^2$$

$$OB^2 = 10^2 + (10\sqrt{2})^2$$

$$OB^2 = 300 \Rightarrow OB = 10\sqrt{3}$$

Fie N mijlocul segmentului BC.

$$ON^2 = OO'^2 + O'N^2$$

$$ON^2 = 10^2 + 10^2 \Rightarrow ON^2 = 200 \Rightarrow ON = 10\sqrt{2}$$

$$\text{Din relația (*) obținem } 10\sqrt{3} \cdot MC = 20 \cdot 10\sqrt{2} \Rightarrow MC = \frac{20 \cdot 10\sqrt{2}}{10\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{6}}{3} \text{ cm}$$