Ministerul Educației Naționale
Centrul Național de Evaluare și Examinare

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2013 - 2014

Matematică

Simulare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $\left(2^0+2^1+2^2\right):\left(2^3-1\right)$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă $\frac{a}{7}=\frac{5}{3}$, atunci numărul $\frac{a+7}{7}$ este egal cu … .

5p **3.** Scrisă sub formă de interval, mulțimea $I=\{x\in\mathbb{R}\mid -5\le x\le 3\}$ este egală cu … .

5p **4.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=4$ cm, $AC=6$ cm și $BC=8$ cm. Dacă M este mijlocul laturii AB și N este mijlocul laturii AC, atunci perimetrul triunghiului AMN este egal cu ... cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Măsura unghiului determinat de dreptele AD' și $B'C$ este egală cu …°.

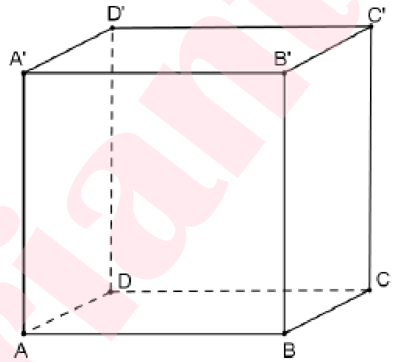


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este dat numărul de elevi din fiecare clasă a VIII-a dintr-o școală, la începutul unui an școlar, respectiv la sfârșitul aceluiași an școlar.

Clasa / Număr de elevi	a VIII-a A	a VIII-a B	a VIII-a C
la începutul anului școlar	24	27	29
la sfârșitul anului școlar	26	25	27

La sfârșitul anului școlar, numărul total al elevilor din clasele a VIII-a ale acestei școli este egal cu … .

<u>Soluții</u>

<u>Subiectul1</u>

1. $\left(2^0+2^1+2^2\right):\left(2^3-1\right)=(1+2+4):(8-1)=7:7=1.$

2. $\frac{a+7}{7}=\frac{a}{7}+\frac{7}{7}=\frac{5}{3}+1=\frac{5}{3}+\frac{3}{3}=\frac{8}{3}$

3. $[-5,3]$

4. $P_{\Delta AMN}=AM+AN+MN=2+3+4=9$

5. $m(AD', B'C) = m(AD', A'D) = 90^0$

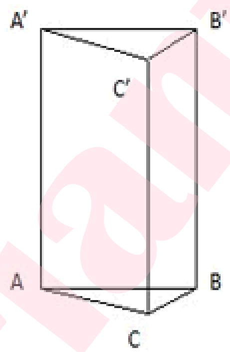
6. $26 + 25 + 27 = 78$ elevi.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC.
5p	**2.** Determinați numărul natural n, cuprins între 40 și 50, știind că la împărțirea lui prin 6 și prin 8 se obține de fiecare dată restul 1.
5p	**3.** Matei a cheltuit sâmbătă după amiază două cincimi din suma pe care o avea dimineața. Duminică, după ce a mai cheltuit încă 13 lei, Matei mai are 8 lei din suma inițială. Determinați suma pe care a avut-o Matei sâmbătă dimineață.
	4. Se consideră numerele $a = \sqrt{8}$ și $b = \dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$.
5p	**a)** Verificați dacă $\dfrac{a+2}{a-2} = b$.
5p	**b)** Arătați că $a < b$.
5p	**5.** Se consideră $E(x) = (1+x)(1-x) + (x+2)^2 - 2(x+2)$, unde x este număr real. Determinați numărul real a pentru care $E(a) = -1$.

Subiectul 2

1.



2.Din teorema impărţirii cu rest avem:

$\begin{cases} n = 6c_1 + 1 \\ n = 8c_2 + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n-1 = 6c_1 \\ n-1 = 8c_2 \end{cases}$ deci $n-1$ este multiplu comun al numerelor 6 şi 8.

$c.m.m.m.c(6,8) = 24$ deci $n-1$ este multiplu de 24.

Cum $40 < n < 50 \Rightarrow 39 < n-1 < 49$ rezultă $n-1 = 48 \Rightarrow n = 49$.

3.Notăm cu x suma pe care a avut-o Matei sambătă dimineaţă.

Se obţine ecuaţia

$$\frac{2}{5}x + 13 + 8 = x$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}x + 21 = x$$

$$\Rightarrow 2x + 105 = 5x$$

$$\Rightarrow 3x = 105$$

$$\Rightarrow x = 35$$

4.a) $\dfrac{a+2}{a-2} = \dfrac{\sqrt{8}+2}{\sqrt{8}-2} = \dfrac{2\sqrt{2}+2}{2\sqrt{2}-2} = \dfrac{2(\sqrt{2}+1)}{2(\sqrt{2}-1)} = \dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = b$

b) $b=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}=\frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\frac{3+2\sqrt{2}}{2-1}=3+2\sqrt{2}$

$2\sqrt{2}<3+2\sqrt{2}\Rightarrow a<b$

5.Aducem expresia $E(x)$ la forma cea mai simplă.

$E(x)=1-x^2+x^2+4x+4-2x-4=2x+1$

Mai departe avem:

$E(a)=-1\Rightarrow 2a+1=-1\Rightarrow 2a=-2$

$\Rightarrow a=-1$

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. *Figura 2* este schiţa unei table de joc $ABCD$, împărţită în 25 de pătrate colorate în alb sau în negru fiecare pătrat având latura de 2 cm. Pe marginea tablei de joc sunt alese, ca în figură, punctele P, Q, M şi N astfel încât $AP=BQ=CM=DN$.

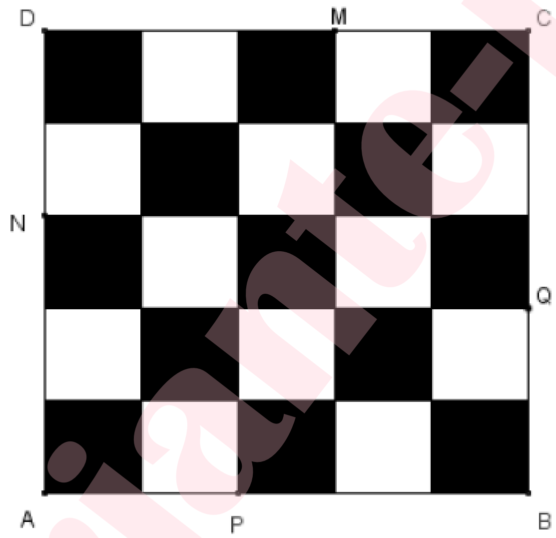


Figura 2

5p **a)** Calculaţi perimetrul pătratului $ABCD$.

5p **b)** Arătaţi că aria tuturor pătratelor albe reprezintă 48% din aria tablei de joc.

5p **c)** Demonstraţi că dreptele MP şi NQ sunt perpendiculare.

2. În *Figura 3* este reprezentat schematic un acoperiş în formă de piramidă patrulateră regulată $VABCD$. Înălţimea piramidei este $VO=3\sqrt{2}$ m, iar muchia laterală este $VA=6$ m.

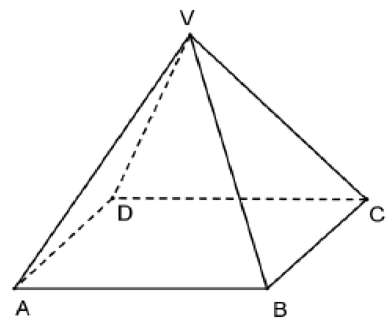


Figura 3

5p **a)** Verificaţi dacă $AB=6$ m.

5p **b)** Determinaţi măsura unghiului format de planele (VAC) şi (VBD).

5p **c)** Demonstraţi că dreptele DM şi AN sunt coplanare, ştiind că M este mijlocul muchiei BV şi N este mijlocul muchiei CV.

Subiectul 3

1.a) $AB = 5 \cdot 2cm = 10cm$

$P_{ABCD} = 4 \cdot l = 40cm$

b)Aria tablei de joc este $A_{tablei\_de\_joc} = 25 \cdot 4cm^2 = 100cm^2$ deoarece tabla de joc are in total 25 de pătrate.

Sunt 12 pătrate albe.

Aria tuturor pătratelor albe este:

$$A_{patrate\_albe} = 12 \cdot 4cm^2 = 48cm^2 = \frac{48}{100} \cdot 100cm^2 = \frac{48}{100} A_{tablei\_de\_joc}$$

c) ΔAPN este dreptunghic in A.

$$\left. \begin{array}{l} AP = 4cm \\ AN = 6cm \end{array} \right\} \Rightarrow PN^2 = AP^2 + AN^2 \Rightarrow PN^2 = 52 \Rightarrow PN = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

Analog se obţine $PQ = QM = MN = 2\sqrt{13}$ de unde rezultă că PQMN este romb.

Cum diagonalele unui romb sunt perpendiculare rezultă că $MP \perp NQ$.

Obs: PQMN este de fapt pătrat, insă nu era necesar să se demonstreze acest lucru(este suficient că este romb).

2.a) ΔVOA este dreptunghic in O

$$AO^2 = VA^2 - VO^2$$

$$AO^2 = 6^2 - \left(3\sqrt{2}\right)^2$$

$$AO^2 = 18$$

$$AO = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$AC = 2AO = 6\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 6m$$

b)Dreapta de intersecţie a celor două plane este VO.

$$AC \perp VO, AC \subset (VAC)$$

$$BD \perp VO, BD \subset (VBD)$$

$$m\left(\sphericalangle((VAC),(VBD))\right) = m\left(\sphericalangle(AC,BD)\right) = 90^\circ$$

c)MN este linie mijlocie in triunghiul VBC deci $MN \parallel BC$

$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel BC \\ AD \parallel BC \end{array} \right\} \Rightarrow MN \parallel AD$$ deci punctele M,N,A,D sunt coplanare.

Rezultă că dreptele DM şi AN sunt coplanare.