EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2014 - 2015
Matematică

Simulare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}+\frac{8}{3}$ este egal cu ... .

5p **2.** Preţul unui stilou este 20 de lei. După o reducere cu 10%, preţul stiloului va fi ... lei.

5p **3.** Dacă n este singurul număr natural din intervalul $[n, 8)$, atunci n este egal cu ... .

5p **4.** Punctul O este situat în interiorul triunghiului echilateral ABC astfel încât $AO = BO = CO$. Măsura unghiului AOB este egală cu ... $^\circ$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Suma lungimilor muchiilor care au în comun vârful A este egală cu 36 cm. Lungimea muchiei AB este egală cu ... cm.

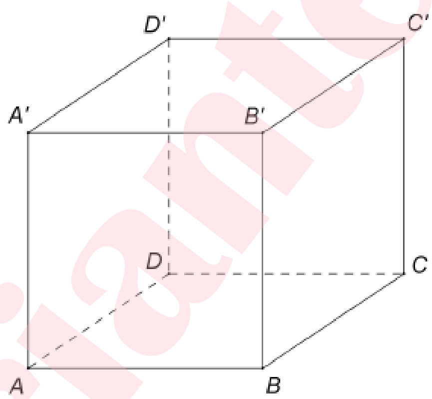
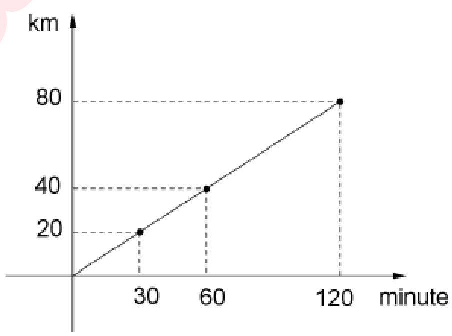


Figura 1

5p **6.** În graficul de mai jos este reprezentată dependenţa dintre distanţa parcursă de un autocar şi timpul în care este parcursă această distanţă. Distanţa parcursă de autocar în 120 de minute este de ... km.



Soluţii

Subiectul1

1. $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}+\frac{8}{3}=\frac{1}{3}+\frac{8}{3}=\frac{9}{3}=3$

Răspuns:3

2.Reducerea este $\frac{10}{100}\cdot 20=\frac{200}{100}=2lei$

Preţul final al stiloului va fi $20-2=18lei$

Răspuns:18
3.Răspuns:7
4. $\Delta AOB \equiv \Delta BOC \equiv \Delta AOC\,(LLL)$

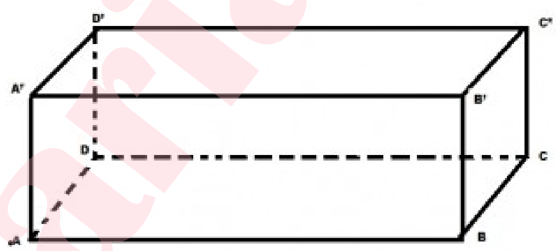
$$\left.\begin{array}{l} m(\angle AOB)=m(\angle BOC)=m(\angle AOC) \\ m(\angle AOB)+m(\angle BOC)+m(\angle AOC)=360^0 \end{array}\right\} \Rightarrow m(\angle AOB)=120^0$$

Răspuns:120
5. $AB+AD+AA'=36cm \Rightarrow AB=12cm$
Răspuns:12
6.Răspuns:80

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p	**1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$.
5p	**2.** Determinaţi numerele naturale de trei cifre, de forma $\overline{abc}$, ştiind că sunt divizibile cu 5 şi au suma cifrelor egală cu 22.
5p	**3.** Un elev citeşte o carte în două zile. În prima zi el citeşte 47% din numărul de pagini ale cărţii, iar a doua zi citeşte cele 53 de pagini care au mai rămas. Calculaţi numărul de pagini ale cărţii.
	4. Se consideră numerele reale $x=\frac{1}{\sqrt{2}-1}+\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ şi $y=\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.
5p	**a)** Arătaţi că $x\cdot\left(\sqrt{8}-\sqrt{2}\right)=4$.
5p	**b)** Calculaţi x^2-y.
5p	**5.** Se consideră $E(x)=\left(x^2+x+1\right)^2-\left(x^2+x\right)^2-x^2$, unde x este număr real. Arătaţi că $E(n)$ este pătrat perfect, pentru orice număr natural n.

<u>**Subiectul 2**</u>
1.



2.Un număr natural este divizibil cu 5 dacă şi numai dacă are ultima cifră 0 sau 5.
Dacă $c=0$ obţinem $a+b=22$ unde a şi b sunt cifre, deci acest caz nu este posibil.
Dacă $c=5$ obţinem $a+b+5=22 \Rightarrow a+b=17$
Putem avea $a=8, b=9$ şi se obţine numărul 895 sau
putem avea $a=9, b=8$ şi se obţine numărul 985.
3.Notăm cu x numărul de pagini ale cărţii.
In prima zi elevul citeşte $\frac{47}{100}x$.
Se obţine ecuaţia

$$\frac{47}{100}x+53=x$$
$$47x+5300=100x$$
$$53x=5300$$
$$x=\frac{5300}{53}=100\,pagini$$

4.a) $x=\frac{\sqrt{2}+1}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}+\frac{\sqrt{2}-1}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}=\frac{\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1}{2-1}=2\sqrt{2}$

$x\left(\sqrt{8}-\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}\left(\sqrt{8}-\sqrt{2}\right)=2\sqrt{16}-2\sqrt{4}=2\cdot 4-2\cdot 2=4$

b) $y=\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=2+1=3$

$x^2-y=\left(2\sqrt{2}\right)^2-3=8-3=5$

5.Se foloseşte formula $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ pentru primii doi termeni ai expresiei date.

$\underbrace{\left(x^2+x+1\right)}_{a}^{2}-\underbrace{\left(x^2+x\right)}_{b}^{2}=\underbrace{\left[\left(x^2+x+1\right)-\left(x^2+x\right)\right]}_{1}\left[\left(x^2+x+1\right)+\left(x^2+x\right)\right]=\left(x^2+x+1\right)+\left(x^2+x\right)=2x^2+2x+1$

$E(x)=2x^2+2x+1-x^2=x^2+2x+1$

$E(n)=n^2+2n+1=(n+1)^2, \forall n\in N$

deci $E(n)$ este pătrat perfect.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

1. *Figura 2* este schiţa unui parc în formă de dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 5$ hm şi $AD = 3$ hm. Aleile principale din acest parc sunt reprezentate de segmentele EF, DP, DQ, BP și BQ, unde $E \in (AB)$, $F \in (CD)$ astfel încât $AE = CF = 1$ hm, iar segmentele DP și BQ reprezintă drumurile cele mai scurte de la punctele D, respectiv B la dreapta EF.

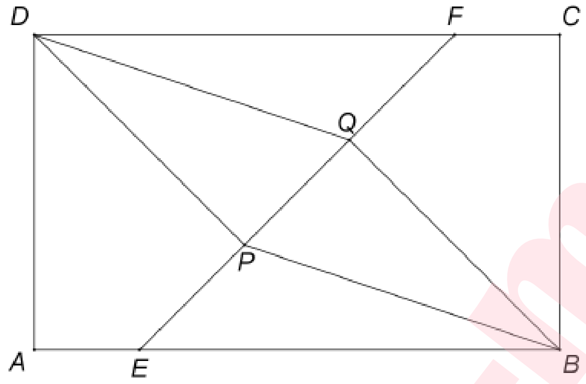


Figura 2

5p **a)** Calculați lungimea aleii EF.

5p **b)** Arătați că traseul $E \to P \to D$ şi aleea EF au aceeaşi lungime.

5p **c)** Demonstraţi că patrulaterul $DPBQ$ este paralelogram.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu $VA = 8$ cm și $AB = 8$ cm. Punctele E și F sunt mijloacele segmentelor AB, respectiv BC. Punctul M este situat pe muchia VB astfel încât $EM \perp VB$.

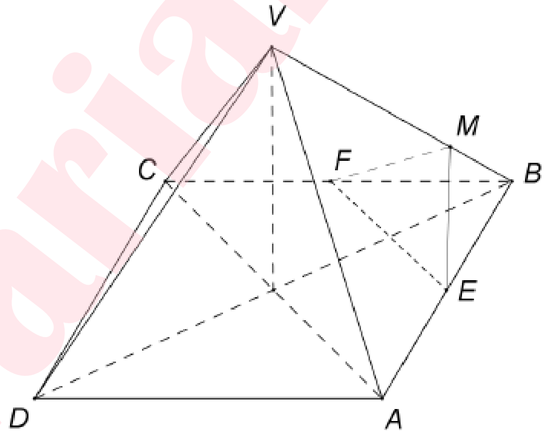


Figura 3

5p **a)** Calculaţi aria triunghiului BEF.

5p **b)** Determinaţi măsura unghiului format de dreapta VD cu planul (ABC).

5p **c)** Demonstraţi că muchia VB este perpendiculară pe planul (EMF).

Subiectul 3

1.a) Ducem $FM \perp AB, M \in (AB)$.

$EM = AB - AE - MB = 5 - 1 - 1 = 3hm$

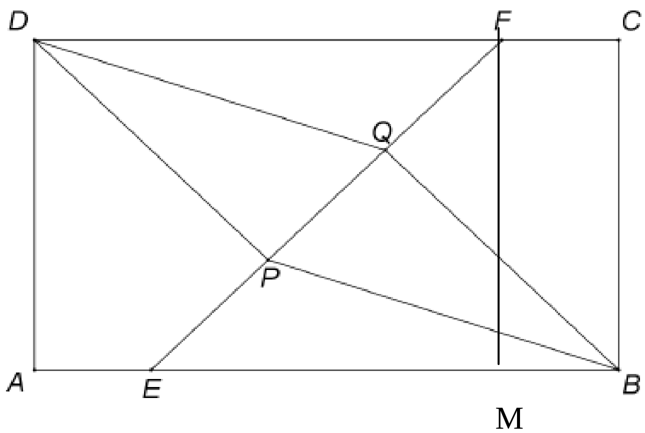
$FM = AD = 3hm$

Se aplică teorema lui Pitagora in triunghiul EFM dreptunghic in M.

$EF^2 = EM^2 + FM^2$

$EF^2 = 3^2 + 3^2 = 18$

$EF = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}hm$



b)Distanţa cea mai scurtă de la un punct la o dreaptă este perpendiculara din acel punct pe acea dreaptă.
Rezultă că $DP \perp EF$ şi $BQ \perp EF$.

Triunghiul EFM este dreptunghic isoscel deci $m(<EFM) = 45^0$

$m(<DFP) = 90^0 - 45^0 = 45^0$

Triunghiul DPF este dreptunghic isoscel deci $DP = PF$.
Se adună la ambii membri segmentl EP:

$DP + EP = PF + EP$

$DP + EP = EF$

deci traseul $E \to P \to D$ şi aleea EF au aceeaşi lungime.

c) $DF \equiv EB(4hm)$

$m(<QEB) = m(<PFD)$ alterne interne

$\Rightarrow \Delta DPF \equiv \Delta BQE(IU)$

$\Rightarrow DP \equiv BQ(*)$

Mai mult din $DP \perp EF$ şi $BQ \perp EF$ rezultă $DP \parallel BQ(**)$

Din (*) şi (**) rezultă că DPBQ este paralelogram.

2.a) Triunghiul BEF este dreptunghic isoscel.

$BE = BF = 4cm$

$Aria(\Delta BEF) = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8cm^2$

b)Fie O centrul pătratului ABCD.
Planul (ABC) conţine punctul D.

$VO \perp (ABC)$

Rezultă că unghiul format de dreapta VD cu planul (ABC) este unghiul VDO

$DO = \frac{BD}{2} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

In triunghiul dreptunghic VOD avem:

$\cos(<VDO) = \frac{catetaalaturata}{ipotenuza} = \frac{DO}{VD} = \frac{4\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow m(<VDO) = 45^0$

c)

$$\left.\begin{array}{l} BE \equiv BF \\ <MBE \equiv <MBF \\ MB \equiv MB \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta MEB \equiv MFB(LUL)$$

$m(< BMF) = 90^0$

$$\left.\begin{array}{l} VB \perp EM \\ VB \perp FM \end{array}\right\} \Rightarrow VB \perp (EMF)$$