

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_mate-info***

**Simulare pentru elevii clasei a XII-a**

**Barem de evaluare și de notare**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$\frac{1+i}{1-i} = i \Rightarrow a + ib = i$ $a = 0, b = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.</b>	$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 4 \Rightarrow G_f \cap Ox = \{(2,0), (4,0)\}$ $f(0) = 8 \Rightarrow G_f \cap Oy = \{(0,8)\}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>3.</b>	$3^{x+2} + 3^{x+1} = 36 \Leftrightarrow 3^{x+1} = 9$ $x + 1 = 2 \Leftrightarrow x = 1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>4.</b>	Sunt 72 de numere naturale de două cifre care nu conțin cifra 6, deci sunt 72 de cazuri favorabile Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{72}{90} = \frac{4}{5}$	<b>2p</b> <b>1p</b> <b>2p</b>
<b>5.</b>	$m_{AB} = \frac{1}{3}, d \parallel AB \Rightarrow m_d = \frac{1}{3}$ , unde $d$ este paralela prin $C$ la $AB$ $d: y = \frac{1}{3}x - 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>6.</b>	$\cos x + \sin x \cos x = \sin x + \sin x \cos x \Leftrightarrow \cos x = \sin x$ $x = \frac{\pi}{4}$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+2 & 1 & 1 \\ a+2 & a & 1 \\ a+2 & 1 & a \end{vmatrix} = (a+2) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & a-1 & 0 \\ 1 & 0 & a-1 \end{vmatrix} =$ $= (a+2) \begin{vmatrix} a-1 & 0 \\ 0 & a-1 \end{vmatrix} = (a+2)(a-1)^2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\det(A(-1)) = 4$ Inversa matricei $A(-1)$ este $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$	<b>2p</b> <b>3p</b>

c)	$A(a) \cdot A(b) = \begin{pmatrix} ab+2 & a+b+1 & a+b+1 \\ a+b+1 & ab+2 & a+b+1 \\ a+b+1 & a+b+1 & ab+2 \end{pmatrix}$ $3ab + 6a + 6b + 12 = 24 \Rightarrow (a+2)(b+2) = 8$ <p>Perechile de numere naturale care verifică cerința sunt (0,2) și (2,0)</p>	2p  1p 2p
2.a)	$3xy - 3x - 3y + 4 = 3(xy - x - y + 1) + 1 =$ $= 3(x-1)(y-1) + 1, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$	3p 2p
b)	$x * 1 = 1 * x = 1, \text{ pentru orice număr real } x$ $\frac{1}{1007} * \frac{2}{1007} * \frac{3}{1007} * \dots * \frac{2014}{1007} = \left( \frac{1}{1007} * \dots * \frac{1006}{1007} \right) * \frac{1007}{1007} * \left( \frac{1008}{1007} * \dots * \frac{2014}{1007} \right) = 1$	2p 3p
c)	<p>Elementul neutru este <math>\frac{4}{3}</math></p> $x * x = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3(x-1)^2 + 1 = \frac{4}{3} \Leftrightarrow (x-1)^2 = \frac{1}{9}$ $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = \frac{4}{3}$	1p 2p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 1 \Rightarrow \text{dreapta } y = x + 1 \text{ este asimptotă oblică spre } +\infty \text{ la graficul funcției } f$	2p 3p
b)	$f(2) = 6, f'(2) = -2$ <p>Ecuția tangentei este <math>y - f(2) = f'(2)(x - 2) \Rightarrow y = -2x + 10</math></p>	3p 2p
c)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{f(x)}{x} \right)^{x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2+2}{x^2-x} \right)^{x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \left( 1 + \frac{x+2}{x^2-x} \right)^{\frac{x^2-x}{x^2-x} \cdot (x+3)} \right] =$ $= e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+5x+6}{x^2-x}} = e$	3p 2p
2.a)	$I_1 = \int_0^1 \frac{x}{x+1} dx = \int_0^1 \left( 1 - \frac{1}{x+1} \right) dx =$ $= 1 - \ln 2$	2p 3p
b)	$I_{n+1} + I_n = \int_0^1 \frac{x^{n+1}}{x+1} dx + \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx = \int_0^1 \frac{x^n(x+1)}{x+1} dx =$ $= \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big _0^1 = \frac{1}{n+1}, \text{ pentru orice număr natural nenul } n$	3p 2p
c)	$I_{n+1} - I_n = \int_0^1 \frac{x^n(x-1)}{x+1} dx \leq 0, \text{ pentru orice număr natural nenul } n$ $2I_{n+1} \leq \frac{1}{n+1} \leq 2I_n, \text{ pentru orice număr natural nenul } n$ $\frac{1}{2} \leq (n+1)I_n \leq \frac{n+1}{2n}, \text{ pentru orice număr natural } n, n \geq 2$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n+1)I_n = \frac{1}{2}$	1p 2p 1p 1p