

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Simulare pentru elevii clasei a XII-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați numerele reale a și b , știind că $\frac{1+i}{1-i} = a + ib$ și $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctelor de intersecție cu axele de coordonate a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 8$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^{\frac{x+2}{2}} + 3^{x+1} = 36$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să nu conțină cifra 6.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 2)$, $B(2, 3)$ și $C(0, -2)$. Determinați ecuația paralelei duse prin C la AB .
- 5p** 6. Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $\frac{1 + \sin x}{\sin x} = \frac{1 + \cos x}{\cos x}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(a)) = (a+2)(a-1)^2$, pentru orice număr real a .
- 5p** b) Calculați inversa matricei $A(-1)$ în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.
- 5p** c) Determinați perechile de numere naturale (a, b) pentru care matricea $A(a) \cdot A(b)$ are suma elementelor egală cu 24.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 3xy - 3x - 3y + 4$. Legea „*” este asociativă și are element neutru.
- 5p** a) Arătați că $x * y = 3(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Calculați $\frac{1}{1007} * \frac{2}{1007} * \frac{3}{1007} * \dots * \frac{2014}{1007}$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x care sunt egale cu simetricile lor față de legea „*”.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x-1}$.
- 5p** a) Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției f .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 2$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)^{x+3}$.
2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx$.
- 5p** a) Calculați I_1 .
- 5p** b) Arătați că $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1}$, pentru orice număr natural nenul n .
- 5p** c) Arătați că $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n+1)I_n = \frac{1}{2}$.