

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)  
Matematică  $M_{tehnologic}$

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că media geometrică a numerelor  $a = 16$  și  $b = 9$  este egală cu 12.
- 5p 2. Determinați numărul real  $m$  pentru care  $f(2) = 0$ , unde  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + m$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{2x+1} = 3^5$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , acesta să fie multiplu de 2.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1, 3)$  și  $B(5, 3)$ . Determinați coordonatele mijlocului segmentului  $AB$ .
- 5p 6. Arătați că  $\sin x = \frac{1}{2}$ , știind că  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  și  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$  și  $C(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det A = -5$ .
- 5p b) Arătați că  $\det(A + C(-1)) = \det B$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $C(x) \cdot A - A \cdot C(x) = B$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 + 2X^2 - 6X + 3$ .
- 5p a) Arătați că  $f(1) = 0$ .
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului  $f$  la polinomul  $X^2 + 3X - 3$ .
- 5p c) Demonstrați că  $x_1 + x_2 + x_3 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = 0$ , unde  $x_1, x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 3x + 1$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - x^3}{x}$ .
- 5p c) Arătați că  $-1 \leq f(x) \leq 3$ , pentru orice  $x \in [-1, 1]$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_2^3 \left(f(x) - \frac{1}{x}\right) dx = 5$ .
- 5p b) Demonstrați că funcția  $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = x^2 + \ln x + 2015$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x) - 2x$ .