

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că suma elementelor mulțimii  $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n - 1 \leq 4\}$  este egală cu 15.
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x + m$ , unde  $m$  este număr real. Determinați numărul real  $m$ , știind că vârful parabolei asociate funcției  $f$  are ordonata egală cu 2.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x+3} = \sqrt{9-x}$ .
- 5p 4. Determinați numărul submulțimilor cu cel puțin 8 elemente ale unei mulțimi cu exact 10 elemente.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(5,1)$ ,  $B(-1,3)$  și  $C(8,10)$ . Determinați lungimea segmentului  $CD$ , unde punctul  $D$  este mijlocul segmentului  $AB$ .
- 5p 6. Arătați că  $1 + \cos \pi + \cos 2\pi + \cos 3\pi + \dots + \cos 2019\pi = 0$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 1 \\ 0 & 0 & a+1 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.

- 5p a) Arătați că  $\det(A(1)) = 4$ .
- 5p b) Demonstrați că  $A(a)A(b) = abI_3 + (a+b+1)A(0)$ , pentru orice numere reale  $a$  și  $b$ .
- 5p c) Determinați numărul natural  $n$  pentru care  $A(0)A(1)A(2)\dots A(2019) = n!A(0)$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 - mX^2 + 2X + 3 - m$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Determinați numărul real  $m$ , știind că  $f(1) = 0$ .
- 5p b) Pentru  $m = 3$ , determinați rădăcinile polinomului  $f$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $m$  pentru care  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = (x_1 + x_2 + x_3)^3 - 12$ , unde  $x_1, x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 - \frac{2}{x+1} - \ln \frac{x}{x+1}$ .

- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{x-1}{x(x+1)^2}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Se consideră funcțiile  $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$  și  $h: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = \ln \frac{x}{x+1}$ .  
Demonstrați că graficele funcțiilor  $g$  și  $h$  nu au niciun punct comun.
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{13}{3}$ .
- 5p b) Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = xf(x)$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = -1$  și  $x = 1$ , are aria egală cu  $\frac{10\sqrt{5} - 16}{3}$ .
- 5p c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^4} \int_0^x t^3 f(t) dt$ .