

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numărul real x pentru care numerele 2, $x+2$ și 10 sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p 2. Determinați valoarea minimă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x - 10$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2 - 2x) = 3$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie par.
- 5p 5. Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{u} = (a-2)\vec{i} - 2\vec{j}$ și $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ sunt opuși.
- 5p 6. Calculați cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB = 4$, $AC = 5$ și $BC = 6$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Calculați $\det B$.
- 5p b) Arătați că $AB = BA$.
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(B + xA) = 1$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 4(x + y - 5)$.
- 5p a) Calculați $4 * 5$.
- 5p b) Arătați că $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2014$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$.
- 5p a) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- 5p b) Arătați că $f'(x) = \frac{12x}{(x^2 + 3)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Arătați că funcția f este convexă pe intervalul $(-1, 1)$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^e f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{1}{2}$.
- 5p b) Arătați că $\int_1^e x^3 f(x) dx = \frac{3e^4 + 1}{16}$.
- 5p c) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = e$.