

**Examenul de bacalaureat național 2016**

**Proba E. c)**

**Matematică M\_st-nat**

**Varianta 2**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați al doilea termen al progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $b_1 = 4$  și rația  $q = 2$ .
- 5p** 2. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x$ .
- 5p** 3. Rezolvați în multimea numerelor reale ecuația  $\log_3(2x+1) = \log_3 5$ .
- 5p** 4. Determinați numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ .
- 5p** 5. Determinați numărul real  $m$ , știind că punctul  $M(1, 0)$  aparține dreptei de ecuație  $y = mx - 2$ .
- 5p** 6. Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului  $ABC$ , în care  $AB = \sqrt{2}$  și  $C = \frac{\pi}{4}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 2-a & 1 \\ 1 & 2-a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- a)** Arătați că  $\det(A(2)) = -1$ .
- 5p** **b)** Demonstrați că  $A(a) + A(-a) = 2A(0)$ , pentru orice număr real  $a$ .
- 5p** **c)** Determinați numărul real  $x$ , știind că  $A(x)A(x) = 2A(1)$ .
- 2.** Se consideră polinomul  $f = X^3 - 4X^2 + mX + 4$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p** **a)** Arătați că  $f(-1) + f(1) = 0$ , pentru orice număr real  $m$ .
- 5p** **b)** Pentru  $m = -1$ , arătați că polinomul  $f$  se divide cu polinomul  $X^2 - 1$ .
- 5p** **c)** Determinați numărul real  $m$ , știind că  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right) = 0$ , unde  $x_1, x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

- 1.** Se consideră funcția  $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ .
- 5p** **a)** Arătați că  $f'(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$ ,  $x \in (1, +\infty)$ .
- 5p** **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 2$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** **c)** Demonstrați că  $f(e) < \frac{7}{2}$ .
- 2.** Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$ .
- 5p** **a)** Arătați că  $\int_1^2 x^2 f(x) dx = e(e-1)$ .
- 5p** **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcției  $f$  este convexă pe intervalul  $[2, +\infty)$ .
- 5p** **c)** Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x=1$  și  $x=2$  are aria mai mică sau egală cu  $e(e-1)$ .