

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)-\sqrt{12}=0$.
- 5p 2. Determinați numărul real a , pentru care graficele funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 3$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + a$ se intersectează într-un punct de abscisă $x = 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1} = 1 - \sqrt{x}$.
- 5p 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte au cifrele elemente ale mulțimii $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreptele d_1 , de ecuație $y = ax + 2$ și d_2 , de ecuație $y = \frac{x}{4} + 1$. Determinați numărul real a , știind că dreptele d_1 și d_2 sunt paralele.
- 5p 6. Arătați că $\sin(\pi - x)\cos(2\pi + x) - \sin(2\pi + x)\cos(\pi - x) = \sin 2x$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ și $M(x) = I_2 + xA$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(M(1)) = 0$.
- 5p b) Demonstrați că $M(x) - M(2018) = M(-2018) - M(-x)$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați perechea de numere naturale nenule (m, n) pentru care $M(m)M(n) = M(mn)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 8xy + x + y$.
- 5p a) Arătați că $x \circ y = 8\left(x + \frac{1}{8}\right)\left(y + \frac{1}{8}\right) - \frac{1}{8}$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Determinați numerele reale x , pentru care $x \circ x = 1$.
- 5p c) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 8x + 1$. Demonstrați că $f(x \circ y \circ z) = f(x) \cdot f(y) \cdot f(z)$, pentru orice numere reale x , y și z .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(1-x)(x+3)}{(x^2+3)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f(\sqrt{2}) > f(\sqrt[3]{3})$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^3 \frac{xf(x)}{e^x} dx = 9$.
- 5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f are un singur punct de inflexiune.
- 5p c) Determinați numărul natural nenul n , pentru care suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = n$ are aria egală cu 1.