Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\ge1}$ cu termeni reali, ştiind că $b_1=1$ şi $b_4=27$.

5p **2.** Determinaţi coordonatele vârfului parabolei asociate funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+8$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+2}=9^{1-x}$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie pătrat perfect.

5p **5.** Se consideră punctele A, B şi C astfel încât $\overrightarrow{AB}=4\vec{i}-3\vec{j}$ şi $\overrightarrow{BC}=2\vec{i}-5\vec{j}$. Determinaţi lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Calculaţi sinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=4$, $BC=5$ şi $\sin C=\dfrac{4}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}1&1&1\\m&0&0\\m&0&m\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculaţi $\det(A(1))$.

5p **b)** Determinaţi numerele reale m ştiind că $A(m)\cdot A(-m)=\begin{pmatrix}-1&1&0\\1&1&1\\0&1&0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Arătaţi că $\det(A(1)+A(2)+\ldots+A(101))=-51^2\cdot101^3$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x\circ y=xy-4x-4y+20$.

5p **a)** Calculaţi $3\circ4$.

5p **b)** Arătaţi că $x\circ y=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\underbrace{x\circ x\circ\ldots\circ x}_{x\text{ de }2013\text{ ori}}=5$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x}{x+e^x}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{(x-1)e^x}{(x+e^x)^2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

5p **c)** Demonstraţi că $f(x)\ge\dfrac{e}{e+1}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Pentru fiecare număr natural n se consideră numărul $I_n=\displaystyle\int_0^1 xe^{-nx^2}\,dx$.

5p **a)** Calculaţi I_0.

5p **b)** Arătaţi că $I_{n+1}\le I_n$, pentru orice număr natural n.

5p **c)** Demonstraţi că $I_n=\dfrac{1}{2n}\left(1-\dfrac{1}{e^n}\right)$, pentru orice număr natural nenul n.