

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $1 + 6 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = 6$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$. Arătați că $f(3) - f(2) = 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+1} = 2$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, numărul $10 - n$ să fie par.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(a, 0)$ și $B(a, 6)$, unde a este număr real. Arătați că $AB = 6$, pentru orice număr real a .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , cu $AB = 5$ și $AC = 2AB$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 25.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = -2$.
- 5p b) Arătați că $A - 4I_2 = 3B$.
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X + X \cdot B = A$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy(x + y - 4)$.
- 5p a) Arătați că $2 * 3 = 6$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $1 * x = 4$.
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $2^x * 2^x = 2^{3x}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 9x^2 + 3$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3x(x - 6)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{3f(x) - xf'(x)} = \frac{2}{3}$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 1)e^x$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^2 \frac{f(x)}{e^x} dx = 0$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = 2 - e$.
- 5p c) Determinați numărul natural n , $n > 2$, pentru care $\int_2^n \frac{x}{f(x) \cdot f(-x)} dx = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{8}$.