

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{7}(\sqrt{7}+1) - \sqrt{7} = 7$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 8$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(x^2 + 9) = 2$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 40%, prețul unui obiect este 300 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$, $B(-3,2)$ și $C(0,6)$. Determinați, în triunghiul ABC , lungimea medianei din vârful C .
- 5p 6. Arătați că $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 60^\circ - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 6 & -10 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p b) Demonstrați că $M(a) \cdot M(b) = M(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $M(1) + M(2) + \dots + M(2019) = 2019M(a)$.
2. Se consideră polinomul $f = mX^3 + 2X^2 - mX - 2$, unde m este număr real nenul.
- 5p a) Arătați că $f(1) = 0$, pentru orice număr real nenul m .
- 5p b) Pentru $m = 3$, determinați rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Determinați numărul real nenul m pentru care $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -4$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 5$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Demonstrați că funcția f este convexă pe $[0, +\infty)$.
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \leq 7$, pentru orice $x \in (-\infty, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{3x^2 + 6x + 7}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 f^2(x) dx = 11$.
- 5p b) Calculați $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{f(x)} dx$.
- 5p c) Demonstrați că, pentru orice $a \in (0, +\infty)$, suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = a$ are aria mai mare sau egală cu $a\sqrt{7}$.