

Examenul național de bacalaureat 2022  
Proba E. c)

Matematică *M\_șt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați termenul  $a_1$  al progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_2 = 6$  și  $a_3 = 12$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 5$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(a) + f(2a) = 2$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $5^x \cdot \frac{1}{5} = 25$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 16.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(3,2)$  și  $B(1,4)$ . Determinați coordonatele punctului  $C$ , astfel încât punctul  $A$  este mijlocul segmentului  $BC$ .
- 5p 6. Se consideră expresia  $E(x) = \sin x + \sin \frac{3x}{2} - \cos \frac{x}{2}$ , unde  $x$  este număr real. Arătați că  $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = \begin{pmatrix} x & 3-x \\ 2-x & x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det A = 0$ .
- 5p b) Arătați că  $B(x) - B(0) = xA$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p c) Arătați că matricea  $C(a) = B(a) \cdot B(1) - B(a+1)$  este inversabilă, pentru orice număr întreg  $a$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = (2x - 1)(2y - 1) + 1$ .
- 5p a) Arătați că  $1 * 2 = 4$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x * x = 2$ .
- 5p c) Determinați numărul întreg nenul  $m$  pentru care  $m * \left(1 + \frac{1}{m}\right) = 1$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 + 1 + \ln x$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{4x^2 + 1}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - \ln x}{x^2 + x + 4} = 2$ .
- 5p c) Demonstrați că funcția  $f$  este bijectivă.
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x(e^x + 2x^2)$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^4 \frac{f(x)}{e^x + 2x^2} dx = 8$ .

**5p** b) Arătați că  $\int_0^1 (f(x) - 2x^3) dx = 1$ .

**5p** c) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $\int_1^2 \frac{1}{x} \cdot f(x^2) dx = \frac{e^4 - e}{2} + a$ .

[https://variante-mate.ro](https:// variante-mate.ro)