Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(3 0 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\log_{2024} 506 + \log_{2024} 8 - \log_{2024} 2 = 1$.

5p **2.** Determinați valorile numărului real m pentru care soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2 + (m-1)x + 3 = 0$ verifică relația $x_1 = 3 \cdot x_2$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 3^{1-x} = 4$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ acesta să verifice egalitatea $2^n = n^2$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,5)$ și $B(3,-1)$. Determinați distanța dintre punctul O și mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Determinați raza cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $AB = 16$ și $C = 30°$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} 5-a & 10 \\ -2 & -4-a \end{pmatrix}$, unde a este un număr real.

5p **a)** Arătați că $det(A(1)) = 0$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $A(a) \cdot A(a) = A(0)$.

5p **c)** Determinați matricea $X \in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea $A(-1) \cdot X = A(0)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 3xy + 7x + 7y + 14$.

5p **a)** Arătați $(-3) \circ (-2) \circ (-1) = -5$.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”

5p **c)** Determinați $x \in \mathbb{R}$ pentru care $x \circ x \circ x = \frac{1}{3}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^4 - 4x + 4$.

5p **a)** Arătați că $\frac{f'(x)}{x^2+x+1} = 4(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Demonstrați că funcția f are un singur punct de extrem.

5p **c)** Fie a și b numere reale pozitive astfel încât $a + b = 1$. Demonstrați că $f(a) + f(b) > 2$.

2. Se consideră funcțiile $f: (0,+\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x}$, $g: (0,+\infty) \to \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{x+1}$.

5p **a)** Calculați $\int (f(x) - g(x))\,dx$.

5p **b)** Calculați $\int (x+1)e^{\frac{1}{g(x)}}\,dx$.

5p c) Determinați primitiva $F: (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ a funcției f care verifică relația $F(e) = \ln(e+1)$.